

Werner Rabus

ÜBER DIE FREQUENZVERVIELFACHUNG LÄNGS
SCHOTTKY - KONTAKT - LEITUNGEN

1973

1973 199



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548407_0031

Über die Frequenzvervielfachung längs
Schottky-Kontakt-Leitungen

Der Technischen Fakultät der
Universität Erlangen-Nürnberg

zur Erlangung des Grades

D O K T O R - I N G E N I E U R

vorgelegt von
Werner Rabus

Erlangen, 1973



Als Dissertation genehmigt von der
Technischen Fakultät
der Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der Einreichung: 19. 12. 1972

Tag der Promotion: 21. 2. 1973

Dekan: Prof. Dr. G. Meinardus

Berichterstatter: Prof. Dr. H. Brand

Prof. Dr. W. Hampe

Inhaltsverzeichnis	Seite
Verwendete Formelzeichen	5
1. Einleitung	9
1.1 Literaturübersicht	9
1.2 Aufgabenstellung	13
2. Gestalt und Ersatzschaltbild der Schottky-Kontakt-Leitung	15
2.1 Grundlagen des Schottky-Kontakts	15
2.2 Gestalt der Schottky-Kontakt-Leitung	20
2.3 Kleinsignaltheorie der Schottky-Kontakt-Leitung	21
2.3.1 Zweischichtenmodell	21
2.3.2 Kleinsignal-Ersatzschaltbild	32
2.3.3 Ausbreitungsmaß und Wellenwiderstand	35
2.3.4 Abschätzung des Streufeldeinflusses	37
3. Theorie der Frequenzvervielfachung längs uniformer Schottky-Kontakt-Leitungen	42
3.1 Differentialgleichung	42
3.2 Lösung für den Sonderfall vernachlässigbarer Substratverluste	50
3.3 Lösung für den Sonderfall vernachlässigbarer Leiterverluste	63
3.4 Vergleich der Lösungen der Sonderfälle	66
3.5 Lösung für große Substrat- und Leiterverluste	73
3.6 Lösung für kleine Substrat- und Leiterverluste	81
3.7 Dimensionierung der Schottky-Kontakt-Leitung	82
4. Technologie der Schottky-Kontakt-Leitung	87
4.1 Allgemeine technologische Gesichtspunkte	87
4.2 Technologie des Schottky-Kontakts	90
4.3 Technologie des Ohmschen Kontakts	91
5. Experimentelle Untersuchungen	94
5.1 Daten des Meßobjekts	94
5.2 Niederfrequenzmessungen	96
5.3 Hochfrequenz-Kleinsignalmessungen	98

	Seite
5.4 Hochfrequenz-Großsignalmessungen	104
5.4.1 Meßverfahren und Probenhalterung	104
5.4.2 Meßergebnisse der Frequenzverdopplung	111
6. Zusammenfassung	116
7. Anhang	119
8. Literaturverzeichnis	132

Verwendete Formelzeichen

A	normierte Leiterverluste
B	normierte Substratverluste
B_T	normierte Bahnverluste des Substrats
B_L	normierte Längsverluste des Substrats
b	Leiterbreite
b_n	Beweglichkeit der Ladungsträger
C	Sperrschichtkapazität
C_B	Bahnkapazität
C'	Sperrschicht-Kapazitätsbelag
c	Ausbreitungsgeschwindigkeit
d	Leitungslänge
E_z	elektrische Feldkomponente in Ausbreitungsrichtung
e	Elementarladung
F	Fläche
f	Frequenz
f_0	Erregerfrequenz
h	Dicke der metallischen Leiter
I_k	modifizierte Besselfunktion k-ter Ordnung
i	normierter Wechselstrom
$i_{\sim}$	Wechselstrom
J_k	gewöhnliche Besselfunktion k-ter Ordnung
j	imaginäre Einheit
K	Integrationskonstante
k	Boltzmannkonstante
k	ganze Zahl, $k = 1, 2, 3, \dots$
L'	Induktivitätsbelag
l	Substratdicke
l_1	Dicke der Sperrschicht
l_2	Dicke der halbleitenden Schicht
l_{min}	optimale Substratdicke
m	ganze Zahl, $m = 1, 2, 3, \dots$
n	Konzentration der beweglichen Ladungsträger
n_D	Donatorenkonzentration
R	Sperrschichtwiderstand

R'_{BL}	Längswiderstandsbelag des Substrats
R'_M	Widerstandsbelag der metallischen Leiter
R_B	Bahnwiderstand
R'_{BT}	Bahnwiderstandsbelag des Substrats
r	Reflexionsfaktor
S_{11}, S_{12}	Streukoeffizienten
s	normierte Ausbreitungsrichtung
s_0	normierter Schockeinsetzort
T	absolute Temperatur
t	Zeit
U	Gleichvorspannung
U_D	Diffusionsspannung
u	normierte Wechselspannung
$u_{\sim}$	Wechselspannung
$\hat{u}$	Erregeramplitude
u_k	Amplitude der k-ten Harmonischen
v	normierte Wechselspannung
$v_{\sim}$	Wechselspannung
w	entdämpfte, normierte Wechselspannung
w^+, w^-	normierte Schockamplituden
w_k	entdämpfte, normierte Amplitude der k-ten Harmonischen
x	normierte Ausbreitungsrichtung
y	Transversalenrichtung
z	Ausbreitungsrichtung
Z	Wellenwiderstand
Z_i	Imaginärteil des Wellenwiderstands
Z_r	Realteil des Wellenwiderstands
Z_0	Meßgeräte-Innenwiderstand
α	Dämpfungsmaß
β	Phasenmaß
γ	Ausbreitungsmaß
Δ	Phasendifferenz
δ	Kapazitätshub
δ_M	äquivalente Leitschichtdicke

ϵ	Dielektrizitätskonstante $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$
ϵ_r	Dielektrizitätszahl
ϵ_0	Dielektrizitätskonstante des leeren Raumes
η	Integrationsvariable
λ	Wellenlänge
λ_0	Wellenlänge des leeren Raumes
μ	Permeabilitätskonstante $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$
μ_r	Permeabilitätszahl
μ_0	Permeabilitätskonstante des leeren Raumes
ξ	reduzierte Entfernung
ξ_0	reduzierter Schockeinsetzort
ξ_s	reduzierter Schockort
ρ	spezifischer Widerstand
ρ_M	spezifischer Widerstand der metallischen Leiter
σ	Leitfähigkeit des Substrats
σ_M	Leitfähigkeit der metallischen Leiter
σ_{min}	optimale Leitfähigkeit des Substrats
τ	normierte Zeit
t	retardierte Zeit
t_s	retardierte Schockzeit
τ	Integrationsvariable
ω	Kreisfrequenz
ω_0	Erregerkreisfrequenz

Wichtige Indices

$()_i$	Summationsindex, $i = 1, 2, 3, \dots$
$()_k$	Summationsindex, $k = 1, 2, 3, \dots$
$()_o$	Index für "Arbeitspunkt" oder "leerer Raum"
$()_m$	Index für "Maximum"
$()_{(i)}$	Index für Störterm proportional zur i-ten Potenz des Störparameters δ , $i = 0, 1, 2, \dots$

1. Einleitung

1.1 Literaturübersicht

Im Jahr 1958 wiesen TIEN u.a. [1], [2] und CULLEN [3] zum ersten Mal in theoretischen Arbeiten darauf hin, daß sich Leitungen mit einem aussteuerungsabhängigen Kapazitäts- oder Induktivitätsbelag zur Frequenzvervielfachung und zur parametrischen Verstärkung eignen und daß derartige nichtlineare Leitungen - gegenüber Anordnungen mit konzentrierten, nichtlinearen Schaltelementen - sogar Vorteile haben können, wenn folgende Voraussetzungen erfüllt sind:

Die Leitung muß hinreichend lang und reflexionsfrei abgeschlossen sein,
Dispersion und Dämpfung müssen vernachlässigbar klein sein,
die Leitung muß - im Widerspruch zu der geforderten Dispersionslosigkeit - dem speziellen Anwendungszweck angepaßte selektive Eigenschaften besitzen, damit der Energietransfer in unerwünschte Frequenzen unterbunden ist.

Wird eine nichtlineare Leitung, die diesen Bedingungen genügt, mit einer zeitlich sinusförmigen Spannung angesteuert, so pendelt die Leistung längs der Leitung vollständig zwischen der Grundwelle (erste Harmonische) und der zweiten Harmonischen hin und her, wenn höherfrequente Signalanteile durch die Selektivität der Leitung an ihrem Ausbreiten gehindert werden. An bestimmten, periodisch auf der Leitung wiederkehrenden Orten ist die Erregerleistung vollständig in der zweiten Harmonischen konzentriert. Jeweils eine halbe Ortsperiode später ist die Amplitude der zweiten Harmonischen wieder auf Null abgesunken und die der Grundwelle hat wieder ihren Anfangswert erreicht. Diese Art der Frequenzvervielfachung ist

unter den obengenannten Bedingungen im Vergleich mit Anordnungen aus konzentrierten HF-Dioden breitbandig [1], [2], [3], [4].

Wird dieselbe Leitung mit einem "Signal" sehr kleiner Amplitude und einem "Pumpsignal" vergleichsweise großer Amplitude mit etwa der doppelten Signalfrequenz angesteuert und wird durch die Selektivität nur die Differenzfrequenz der beiden Erregersignale, nicht aber deren Summenfrequenz, zur Ausbreitung zugelassen, dann wächst die "Signalleistung" längs der Leitung etwa exponentiell an. Diese Art der parametrischen Verstärkung ist - verglichen mit den üblichen Anordnungen aus konzentrierten, gesteuerten Bauelementen - breitbandig und nichtreziprok [1], [2], [3], [5].

Auch die beiden nachfolgenden Autoren gehen von vernachlässigbaren Leitungsverlusten und von einem reflexionsfreien Leitungsabschluß aus, weil nur unter diesen stark einschränkenden Voraussetzungen die mathematische Behandlung des anwendungstechnisch besonders interessanten parametrischen Betriebs möglich ist.

ROE u.a. [6] verzichten auf die Forderung nach Selektivität. Beim parametrischen Betrieb entstehen dann auf einer dispersionsfreien, nichtlinearen Leitung Signalanteile mit allen Summen- und Differenzfrequenzen. Diese Signalanteile haben schon nach relativ kurzem Laufweg untereinander gleich große Amplituden. Parametrische Verstärkung ist dadurch nicht möglich.

BELL u.a. [7] diskutieren den parametrischen Betrieb einer Leitung, die die erforderliche Selektivität und die damit verknüpfte Dispersion besitzt. Parametrische Verstärkung findet mit leicht vermindertem Verstärkungsfaktor statt, wie am Beispiel eines periodisch mit HF-Dioden besetzten Hohlleiters gezeigt wird.

In nachfolgenden Veröffentlichungen wird schrittweise auf unrealistische Annahmen und die dadurch möglichen Vereinfachungen verzichtet. Die Untersuchung realisierbarer Leitungen bleibt wegen der mathematischen Schwierigkeiten auf anwendungstechnisch weniger ergiebige Betriebsfälle beschränkt. Meist wird nur das Verhalten der örtlich uniformen, nichtlinearen Leitung bei rein sinusförmiger Erregung diskutiert und nur teilweise auch experimentell überprüft.

In einem ersten Schritt diskutieren RILEY [8], LANDAUER [9] und BROER [10] die Wellenausbreitung auf einer dispersions- und dämpfungsfreien, nichtlinearen Leitung, die mit einer zeitlich rein sinusförmigen Spannung angesteuert wird. Die am Anfang der Leitung sinusförmige Welle wird längs der Ausbreitungsstrecke in charakteristischer Weise verformt. Es bilden sich Schockwellen aus, also Wellen mit unstetigen Wellenflanken, die in der theoretischen und experimentellen Physik in anderem Zusammenhang seit langem bekannt sind [11], [12].

In einem zweiten Schritt diskutieren MULLICK [13], JEFFREY [14] und GUTZWILLER u.a. [15] die Wellenausbreitung längs einer nichtlinearen, verlustbehafteten Leitung, die ebenfalls mit einer zeitlich sinusförmigen Spannung angesteuert wird. Solange die Verluste, die in Serie mit dem Induktivitätsbelag oder parallel zum Kapazitätsbelag liegen, ein bestimmtes Maß gegenüber der Kapazitäts- oder Induktivitätsvariation nicht überschreiten, treten auch in diesem Fall Schockwellen auf.

In einem weiteren Schritt betrachten AHKMANOV [16], PRASANNA [17] und KHOKLOV [18] eine dämpfungsfreie Leitung mit so starker Dispersion, daß nur die zweite Harmonische entsteht und mit dem Erregersignal wechselwirkt, die höheren Frequenzanteile dagegen wegen nicht eingehaltener Phasenbeziehungen vernachlässigbar klein bleiben.

Die bisher genannten theoretischen Arbeiten werden nur durch wenige experimentelle Ergebnisse gestützt. AULD u.a. [19] messen den Wirkungsgrad der Frequenzvervielfachung längs uniformer, mit ferroelektrischer Keramik gefüllter Hohlleiter und weisen auf den entscheidenden Einfluß der Verluste hin, der bei stark nichtlinearen Effekten nicht mehr vernachlässigt werden kann. Zur nichtlinearen Aussteuerung des Materials werden ungewöhnlich große Leistungen von ca. 10^6 W benötigt. Trotzdem liegen die Maximalamplituden der erzeugten Harmonischen unter 1 % der Amplitude des Erregersignals und damit weit unter den Werten, die die Rechnung für den Fall der verlustfreien, nichtlinearen Leitung voraussagt. Dieses Ergebnis läßt eine technische Verwertbarkeit nicht erkennen.

Nichtlineare Effekte mit geringeren Verlusten, als sie ferroelektrische und ferromagnetische Materialien aufweisen, waren damals nicht verfügbar. Das Interesse an der nichtlinearen Ausbreitung elektromagnetischer Wellen wurde deshalb geringer. Zwar wurde von PFANN u.a. [20] noch 1960 in einer kurzen Arbeit über nichtlineare Eigenschaften der MOS-Kapazitäten darauf hingewiesen, daß nichtlineare Wellenausbreitung auch längs streifenförmiger MOS-Kapazitätsleitungen möglich erscheint. Dieser Hinweis wurde jedoch erst 1970 von TODA [21] in modifizierter Form an Indiumantimonid experimentell überprüft. Der gemessene Wirkungsgrad der Frequenzverdopplung lag über 10 %. Die Verformung der Welle längs der Leitung konnte bei einer Erregerfrequenz von 10 MHz auf einem Oszillographenschirm sichtbar gemacht werden.

Die bisher veröffentlichten und hier zitierten Arbeiten legen es nahe, den Einfluß der Verluste auf die nichtlineare Wellenausbreitung systematisch zu untersuchen, um zu entscheiden, ob Nutzenanwendungen überhaupt möglich sind. Zweckmäßigerweise werden dabei die theoretischen Untersuchungen in Anlehnung an eine realisierbare nichtlineare

Leitung vorgenommen, damit die Ergebnisse experimentell überprüfbar sind.

Durch Fortschritte in der Halbleitertechnologie bieten sich heute neben den bekannten ferroelektrischen und ferromagnetischen Materialien noch weitere Realisierungsmöglichkeiten für nichtlineare Leitungen an. Die Idee, eine streifenförmige Schottky-Diode herzustellen und aufgrund ihrer spannungsabhängigen Sperrschichtkapazität als nichtlineare Leitung zu betreiben, entstand aus der eigenen Beschäftigung mit den Hochfrequenzeigenschaften des Metall-Halbleiter-Kontaktes.

Erste Abschätzungen zeigten, daß die von AULD [19] gemessenen Wirkungsgrade der Frequenzvervielfachung mit der in Aussicht genommenen nichtlinearen "Schottky-Kontakt-Leitung" übertroffen werden können. Das positive Ergebnis dieser überschlägigen Berechnung gab den Anstoß für die hier vorliegende Arbeit.

1.2 Aufgabenstellung

Ziel dieser Arbeit ist es, die Frequenzvervielfachung längs örtlich uniformer, nichtlinearer Leitungen zu untersuchen, die zeitlich sinusförmig erregt werden und reflexionsfrei abgeschlossen sind. Grundlage dieser Untersuchung bildet die sogenannte Schottky-Kontakt-Leitung. Unter diesem Namen wird eine Schottky-Diode verstanden, die in Form einer unsymmetrischen Bandleitung auf ein Halbleiterchip aufgedampft wird.

Längs der nichtlinearen Ausbreitungsstrecke soll die Verformung des Erregersignals ermittelt und auf das zugehörige Amplitudenspektrum zurückgeführt werden. Dabei ist besonders der Einfluß der unterschiedlichen Leitungsverluste auf das Amplitudenspektrum zu diskutieren. Darüber hinaus

ist zu klären, welche Wirkungsgrade der Frequenzvervielfachung sich längs örtlich uniformer Schottky-Kontakt-Leitungen erzielen lassen. Aufgrund dieser Untersuchungen lassen sich Bedingungen formulieren, unter denen sich bei vorgegebener Erregerfrequenz maximale Wirkungsgrade ergeben.

Die Ergebnisse der Rechnung werden an Schottky-Kontakt-Leitungen auf Silizium experimentell überprüft. Gemessen wird das nichtlineare Verhalten des Schottky-Kontaktes, das Kleinsignal-Hochfrequenzverhalten der Schottky-Kontakt-Leitung und schließlich - bei großer Amplitude der Hochfrequenz-Aussteuerung - das Amplitudenspektrum als Funktion der Leitungslänge.

2. Gestalt und Ersatzschaltbild der Schottky-Kontakt-Leitung

2.1 Grundlagen des Schottky-Kontaktes

Der flächige, sperrende Metall-Halbleiter-Kontakt, auch Schottky-Kontakt genannt, wird seit etwa 1960 auf Silizium und auf Galliumarsenid serienmäßig mit reproduzierbaren elektrischen Eigenschaften hergestellt. Dieser Kontakt findet besonders in der Impuls- und Mikrowellentechnik Verwendung, weil seine nichtlinearen Eigenschaften bis zu sehr hohen Frequenzen erhalten bleiben.

Die nichtlinearen Hochfrequenzeigenschaften des Schottkykontaktes bilden die Grundlage für die hier diskutierte Möglichkeit, eine Schottky-Diode als elektrische Leitung auszubilden und zur Frequenzvervielfachung heranzuziehen. Die wichtigsten, weitgehend bekannten physikalischen Beziehungen des Schottky-Kontaktes, die für diese Versuche notwendig sind, werden hier nur zitiert. Ihre Herleitung und Diskussion kann der Literatur entnommen werden [22], [23], [24] und [25].

Der Zusammenhang zwischen der an den Kontakt angelegten Sperrspannung $U \geq 0$ und der Sperrschichtkapazität C lautet bei örtlich homogener Dotierung des Halbleiters, bei Zimmertemperatur, unter den Annahmen des üblichen, ein-dimensionalen Modells:

$$C = F \cdot \frac{\left[\frac{\epsilon_0 \epsilon_r n_D \left[1 - \exp\left[-\frac{e}{kT}(U+U_D) \right] \right]}{2(U+U_D) - \frac{2kT}{e} \left[1 - \exp\left[-\frac{kT}{e}(U+U_D) \right] \right]} \right]^{\frac{1}{2}}}{\quad} \quad (2.1)$$

Hierin bedeutet F die Kontaktfläche, e die Elementarladung, ϵ_r die Dielektrizitätszahl, n_D die Donatorenkonzentration, kT/e die sogenannte Temperaturspannung, die bei Zimmertemperatur etwa 25mV beträgt und U_D die Diffusions-

spannung, die für gebräuchliche Kontaktmaterialien im Wertebereich $0,3V \leq U_D \leq 0,6V$ liegt.

Für alle Werte der Sperrspannung U kann in Gleichung (2.1) der Exponentialterm gegenüber 1 vernachlässigt werden. Wird im Nenner auch noch kT/e gegenüber $(U+U_D)$ vernachlässigt, so folgt aus (2.1) die bekannte Schottky-Formel für die Sperrschichtkapazität:

$$C = F \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r e n_D}{2(U+U_D)}} = F \cdot \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{l_1} \quad (2.2)$$

mit der Sperrschichtweite

$$l_1 = \sqrt{\frac{2 \epsilon_0 \epsilon_r (U+U_D)}{e n_D}} \quad (2.3)$$

In Bild 2.1 ist die Sperrschichtkapazität C als Funktion der Sperrspannung U schematisch dargestellt. Parameter ist die Donatorenkonzentration n_D .

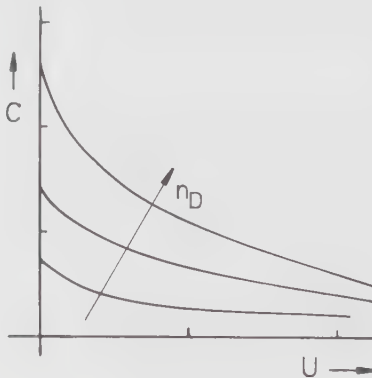


Bild 2.1: Sperrschichtkapazität als Funktion der Sperrspannung; linearer Maßstab, willkürliche Einheiten; Parameter ist die Donatorenkonzentration n_D

Wichtig ist, daß der dargestellte physikalische Zusammenhang theoretisch keine Frequenzabhängigkeit bis weit über einige hundert Gigahertz zeigt, weil im wesentlichen nur Majoritätsträger am Ladungstransport beteiligt sind.

Bild 2.2 veranschaulicht den Konzentrationsverlauf $n(y)$ der beweglichen Ladungsträger vor einem Schottky-Kontakt und gibt gleichzeitig über die Raumladungsverteilung ($n_D - n(y)$) Auskunft. Für alle Parameterwerte $U \geq 0$ ist der Übergang von der Raumladungszone in den raumladungsfreien Bereich des Halbleiters so abrupt, daß die übliche Kasten-näherung der Raumladungsverteilung für alle weiteren Überlegungen übernommen werden kann.

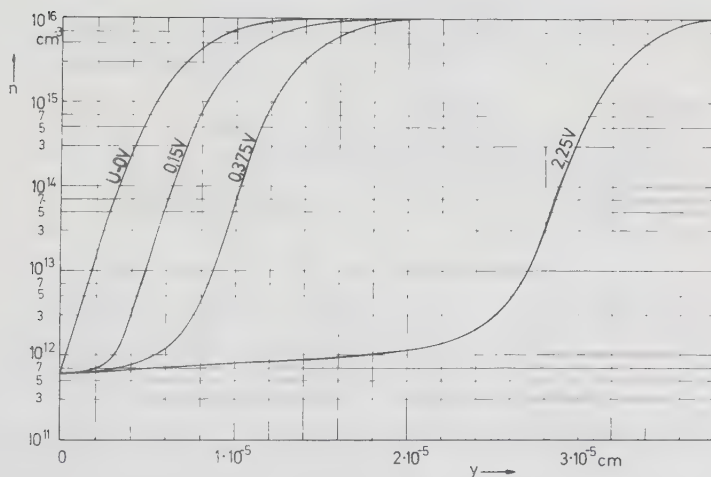


Bild 2.2: Konzentrationsverlauf der beweglichen Ladungsträger an einem Schottky-Kontakt; Parameter ist die Sperrspannung U ; ($U_D = 0,25V$, $\epsilon_r = 6,5$; nach SPENKE [24])

Zur elektrischen Aussteuerung des Schottky-Kontakts muß zusätzlich auf den Halbleiter stets noch ein Ohmscher Kontakt aufgebracht werden, der durch einen möglichst geringen, rein ohmschen Kontaktwiderstand gekennzeichnet ist. Schottky-Kontakt und Ohmscher Kontakt werden zusammen bekanntlich als Schottky-Diode bezeichnet.

Einen Querschnitt durch die übliche Kontaktanordnung einer gehäusefreien Schottky-Diode zeigt Bild 2.3a. Auf der Oberseite des Halbleiters befindet sich der Schottky-Kontakt, auf der Unterseite, mit etwas größerer Fläche, der Ohmsche Kontakt. In den Halbleiter mit dem spezifischen Widerstand ρ und der Dicke l ist die Sperrschichtweite l_1 , der Deutlichkeit wegen stark vergrößert eingetragen.

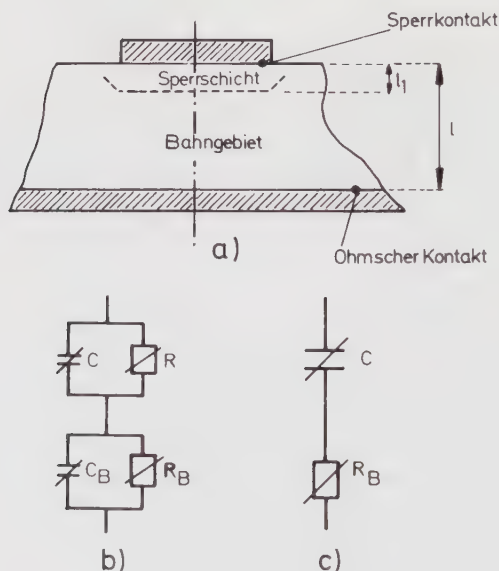


Bild 2.3: Zur Beschreibung der gehäusefreien Schottky-Diode;
a) Querschnitt durch die Kontaktanordnung,
b) Wechselstrom-Ersatzschaltbild im Sperrbereich,
c) Hochfrequenz-Ersatzschaltbild im Sperrbereich

In Bild 2.3b ist das Wechselstrom-Ersatzschaltbild einer gehäusefreien Schottky-Diode dargestellt, die in ihrem Sperrbereich betrieben wird. Parallel zur Sperrschichtkapazität C liegt der Sperrschichtwiderstand R. An die Sperrschicht schließt sich das Bahngebiet an, das durch den spannungsabhängigen Bahnwiderstand

$$R_B = \frac{S(1-l_1)}{F} \quad (2.4)$$

und die hierzu parallele, spannungsabhängige Bahnkapazität

$$C_B = F \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{1-l_1} \quad (2.5)$$

beschrieben wird. Eine Verwendung als Hochfrequenzkapazitätsdiode ist nur in dem Frequenzbereich möglich, der durch die Bedingungen

$$R \gg \frac{1}{\omega C}, \quad R_B \ll \frac{1}{\omega C_B} \quad (2.6)$$

und

$$R_B \leq \frac{1}{\omega C} \quad (2.7)$$

gegeben ist.

Durch eine große Sperrschichtweite, d.h. durch niedere Dotierung des Halbleiters im Bereich der Sperrschicht und ein möglichst kurzes, hochdotiertes Bahngebiet läßt sich der durch Gl. (2.6) und (2.7) definierte Betriebsbereich für Schottky-Dioden auf weit über 100GHz ausdehnen. In diesem Betriebsbereich gilt dann das Hochfrequenz-Ersatzschaltbild nach Bild 2.3c.

2.2 Gestalt der Schottky-Kontakt-Leitung

Die Schottky-Kontakt-Leitung besteht aus einem Schottky-Kontakt, der streifenförmig auf die Oberfläche eines Halbleiter-Einkristallscheibchens aufgedampft ist und aus einem großflächigen Ohmschen Kontakt, der auf der Unterseite des Halbleiterchips aufgebracht wird. Das Halbleitermaterial soll zur möglichst verlustfreien Ausbildung der nichtlinearen Eigenschaften der Schottky-Kontakt-Leitung eine möglichst große Trägerbeweglichkeit besitzen. Der verwendbare Dotierungsbereich des Halbleiters unterliegt gewissen Einschränkungen, die in den nachfolgenden Kapiteln hergeleitet und begründet werden.

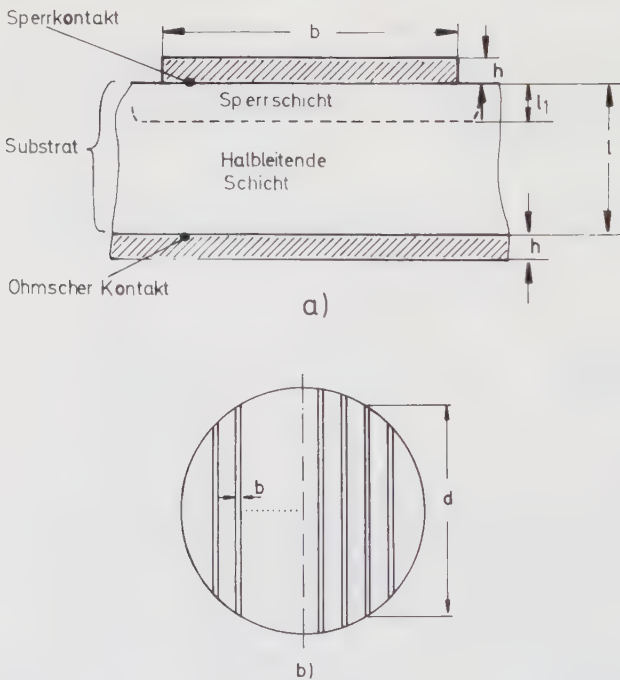


Bild 2.4: Zur Beschreibung der Schottky-Kontakt-Leitung;

a) Querschnitt durch die Leitung,

b) Aufsicht auf das Substrat mit mehreren Leiterstreifen

Gestalt und Querschnitt der verwendeten Leitungsstruktur sind in Bild 2.4 dargestellt. Eingetragen sind die Streifenbreite b , die Streifendicke h , die Dicke des Halbleiterchips l , die Sperrschichtweite l_1 und die Leitungslänge d . Die Größenordnung dieser Linearabmessungen liegt im Mikrometerbereich. Lediglich die Leitungslänge soll einigen Wellenlängen des verwendeten HF-Signales entsprechen.

Die Schottky-Kontakt-Leitung entspricht in ihrer Form der unsymmetrischen Bandleitung ("Microstrip"), hinsichtlich der Ausbreitungseigenschaften weicht sie aber von diesem bekannten Leitungstyp erheblich ab. Die Raumladungszone, die sich entsprechend den obigen Ausführungen direkt unterhalb des Leiterstreifens ausbildet, unterteilt das Substrat näherungsweise in eine dünne hochohmige und eine dicke halbleitende Schicht. Dadurch werden die Hochfrequenzeigenschaften der Leitung entscheidend beeinflusst.

2.3 Kleinsignaltheorie der Schottky-Kontakt-Leitung

2.3.1 Zweischichtenmodell

Die Behandlung des Großsignalverhaltens nichtlinearer Leitungen wird stets in Anlehnung an ein differentiell-leitungsersatzschaltbild vorgenommen, um die mathematischen Schwierigkeiten einer direkten Feldlösung zu umgehen. Das Ersatzschaltbild wird für sehr kleine Aussteuerung um den Arbeitspunkt gewonnen und dann für größere Aussteuerung sinngemäß erweitert (vgl. [1] bis [9]).

Wird die Schottky-Kontakt-Leitung mit einem Hochfrequenz-Signal sehr kleiner Amplitude um den Gleichspannungsarbeitspunkt ausgesteuert, so darf die Sperrschichtweite als konstant angenommen werden. Die Schottky-Kontakt-Leitung stellt dann eine passive, unsymmetrische Bandleitung dar,

deren Substrat aus einem halbleitenden Bereich, dem Bahngebiet, einem vernachlässigbaren dünnen Übergangsgebiet und einem sehr hochohmigen Bereich, der Raumladungszone, besteht.

Eine allgemeine Theorie ebener, passiver Streifenleitungen ist bisher an mathematischen Schwierigkeiten gescheitert, die sich ergeben, wenn der reale, komplizierte Leitungsquerschnitt den Berechnungen des elektromagnetischen Feldes zugrunde gelegt wird. Wellenwiderstand und Ausbreitungsmaß können selbst für den Sonderfall eines vollständig homogenen, isolierenden Substrates nur näherungsweise aus dem statischen Kapazitätsbelag gewonnen werden, der sich z.B. mit Hilfe der Teilflächenmethode, [26] und [27], berechnen läßt.

Besteht das Substrat aus Schichten mit unterschiedlichen Materialeigenschaften, z.B. unterschiedlicher Leitfähigkeit und Dielektrizitätszahl, dann ist eine Analyse der statischen Felder prinzipiell ungeeignet, die Hochfrequenzeigenschaften der Streifenleitungen zu beschreiben. Die elektromagnetischen Stetigkeitsbedingungen lassen sich an den Schichtgrenzen während einer ganzen Zeitperiode des Wechselfeldes nur erfüllen, wenn das elektrische Feld auch eine Komponente in Ausbreitungsrichtung besitzt.

In der Zweischichtentheorie nach GUCKEL u.a. [28] wird dieser Sachverhalt berücksichtigt. Voraussetzung dieser Theorie sind breite Leiterstreifen, $b/l \gg 1$. Durch den Ansatz eines TM-Feldtyps werden die tatsächlichen Verhältnisse im homogenen Feldbereich einer passiven SiO_2 -Si-Streifenleitung in guter Näherung bis zu sehr hohen Frequenzen beschrieben. Aus den Rand- und Stetigkeitsbedingungen der elektromagnetischen Feldkomponenten wird dann eine Bestimmungsgleichung für das Ausbreitungsmaß des angesetzten Feldtyps gewonnen. Vom Ausbreitungsmaß wird schließlich der Wellenwiderstand und ein Leitungsersatzschaltbild abgeleitet.

Diese Theorie wurde von HASEGAWA u.a. [29] experimentell für breite Leiterstreifen bestätigt. Für die anwendungstechnisch interessanteren schmalen Streifen weichen die gemessenen Werte des Wellenwiderstands und der Wellenlänge aber von der GUCKELschen Theorie ab. Dieses Verhalten wird auf inhomogene Randfelder zurückgeführt und die Theorie von GUCKEL entsprechend korrigiert (vgl. Kap. 2.3.4).

Die Schottky-Kontakt-Leitung entspricht der von GUCKEL und HASEGAWA untersuchten SiO_2 -Si-Zweischichtenanordnung, wenn die Voraussetzungen

1. sehr breite Leiterstreifen $b/l \gg 1$
2. sehr kleine elektrische Aussteuerung

eingehalten werden. Die zweite Bedingung stellt sicher, daß das Raumladungsgebiet unter dem Schottky-Kontakt aufgrund seines abrupten Übergangs zum Bahngebiet als eine sehr hochohmige Schicht konstanter Dicke aufgefaßt werden darf, die in ihren Eigenschaften der isolierenden SiO_2 -Schicht sehr nahe kommt. Unter den genannten Bedingungen wird deshalb im folgenden das Zweischichtenmodell zur Beschreibung des Kleinsignalverhaltens der Schottky-Kontakt-Leitung herangezogen.

Bild 2.5 stellt einen Längsschnitt durch eine Schottky-Kontakt-Leitung dar. Die Ausbreitungsrichtung der Leitung wird mit z bezeichnet. Die Sperrschicht wird durch die Dicke l_1 , die Permeabilitätszahl $\mu_{r1} = 1$ und die Dielektrizitätszahl ϵ_{r1} beschrieben. Die Leitfähigkeit σ_1 dieser an beweglichen Ladungsträgern verarmten Raumladungsschicht kann vernachlässigt werden; es wird also $\sigma_1 = 0$ gesetzt. Das Bahngebiet wird beschrieben durch die Dicke $l_2 > l_1$, die Permeabilitätszahl $\mu_{r2} = 1$, die Dielektrizitätszahl $\epsilon_{r2} = \epsilon_{r1} = \epsilon_r$ und die Leitfähigkeit $\sigma_2 = \sigma$. Die metallischen Leiter werden vorerst idealleitend angenommen.

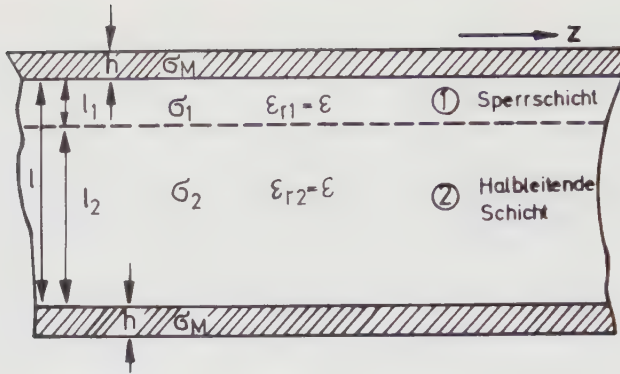


Bild 2.5: Längsschnitt durch eine Schottky-Kontakt-Leitung; - - - : Grenze zwischen Sperrschicht und halbleitender Schicht

Die Feldkomponenten des TM-Feldtyps, die sich längs der abgebildeten Zweischichtenanordnung in Richtung positiver z -Achse ausbreiten, werden in bekannter Weise proportional zu dem Exponentialterm $\exp(j\omega t - \gamma(\omega)z)$ angesetzt. Dieser Term beschreibt bei vorgegebener Betriebsfrequenz $f = \omega/2\pi$ die Abhängigkeit der Felder von der Zeit t und vom Ort z vollständig. Das Ausbreitungsmaß $\gamma(\omega)$, die entscheidende Größe, muß allerdings bekannt sein. j bedeutet die imaginäre Einheitszahl, $j^2 = -1$.

Die Bestimmungsgleichung für das Ausbreitungsmaß wird - entsprechend der Theorie der Hohlleiter - aus den Rand- und den Stetigkeitsbedingungen hergeleitet, denen die elektrischen Feldkomponenten genügen müssen. Für die vorliegende Zweischichtenanordnung lautet dieser Zusammenhang:

$$\gamma^2 = \frac{j\omega\mu_0 \left\{ \frac{\tanh(\gamma_1 l_1)}{\gamma_1} + \frac{\tanh(\gamma_2 l_2)}{\gamma_2} \right\}}{\frac{1}{\gamma_1} \cdot \tanh(\gamma_1 l_1) + \frac{1}{\gamma_2} \cdot \tanh(\gamma_2 l_2)} \quad (2.8)$$

$$j\omega\epsilon_0\epsilon_r \quad + \quad j\omega\epsilon_0(\epsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon_0})$$

Hierin bedeutet γ_i , $i = 1, 2$, das Ausbreitungsmaß in der Transversalenrichtung, das für die beiden Schichten unterschiedlich lautet:

$$\gamma_i^2 = -\gamma^2 - \omega^2 \cdot \mu_0 \epsilon_0 (\epsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon_0}) \quad i = 1, 2 \quad (2.9)$$

Unter der Bedingung $|\gamma_i l_i| \ll \pi/2$, $i = 1, 2$, - die unter Verwendung der Gleichungen (2.9), (2.11) und (2.13) dahingehend gedeutet werden kann, daß die Abmessungen l_1 , l_2 klein gegenüber der Wellenlänge des Erregersignals sein müssen - lassen sich die Hyperbelfunktionen linearisieren. Liegt außerdem die Betriebsfrequenz unterhalb der dielektrischen Relaxationsfrequenz des Bahngebiets

$$\omega \ll \frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0} \quad , \quad (2.10)$$

dann läßt sich das Ausbreitungsmaß γ annähern durch

$$\gamma^2 = \frac{j\omega\mu_0(l_1 + l_2)}{\frac{l_1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} + \frac{l_2}{\sigma}} \quad (2.11)$$

Eine zweite Näherung für das Ausbreitungsmaß muß vor allem das zweite Glied der Reihenentwicklung von $\tanh(\gamma_2 l_2)$ enthalten, weil die Bedingung $|\gamma_i l_i| \ll \pi/2$, $i = 1, 2$, wegen

der unterschiedlichen Schichtdicken $l_2 \gg l_1$ und der Betragsabschätzung $|\gamma_2| > |\gamma_1|$ mit wachsender Frequenz für $i = 2$ zuerst verletzt wird. Das Ausbreitungsmaß lautet dann

$$\gamma^2 = \frac{j\omega\mu_0 l_1 + j\omega\mu_0 (l_2 - j\mu_0 \omega \sigma \frac{l_2^3}{3})}{\frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} + \frac{l_2}{\sigma}} \quad (2.12)$$

Diese Gleichung wurde aus (2.8) unter der Bedingung hergeleitet, daß die Frequenzschranken

$$\omega < \frac{3}{\mu_0 \sigma l_2^2} \quad (2.13)$$

und

$$\omega < \frac{l_1 \cdot \sigma}{l_2 \epsilon_0 \epsilon_r} \quad (2.14)$$

eingehalten werden, die folgende physikalische Bedeutung besitzen:

(2.13) besagt, daß die Dicke l_2 der halbleitenden Schicht kleiner ist als ihre äquivalente Leitschichtdicke.

(2.14) stellt sicher, daß die Amplitude des elektrischen Feldes in der halbleitenden Schicht kleiner ist als in der isolierenden Raumladungsschicht.

(2.10) - unter der oben getroffenen Voraussetzung $l_2 > l_1$ in (2.14) enthalten - gewährleistet, daß die kapazitive Komponente des Stromes in der halbleitenden Schicht stets geringer ist als die ohmsche Komponente.

Mit Hilfe der Frequenzschranken (2.10), (2.13) und (2.14) wird nun der betrachtete TM-Feldtyp in drei Betriebsbereiche eingeteilt, den Verzögerungsbereich, den Skineffekt-Bereich und den Quasi-TEM-Bereich, die sich hinsichtlich ihrer Ausbreitungseigenschaften zum Teil erheblich unterscheiden. Um die Ursachen dieser Unterschiede zu verdeutlichen, ist die Feldverteilung für jeden der Betriebsbereiche schematisch in den Längsschnitt der Zweischichtenanordnung eingetragen, Bild 2.6. Zur Berechnung der Feldkomponenten und ihrer ausführlichen Diskussion wird auf die Arbeit von HASEGAWA [29] verwiesen.

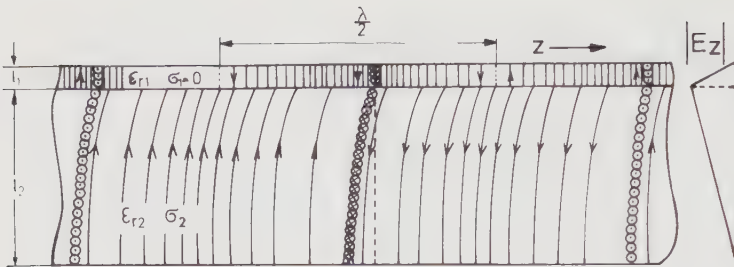
1. Der Verzögerungsbereich ist durch die Schranken (2.13) und (2.14) festgelegt, die sich zu der Bedingung

$$\omega \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r l_2}{\sigma l_1} + \frac{1}{3} \mu_0 \sigma l_2^2} \quad (2.15)$$

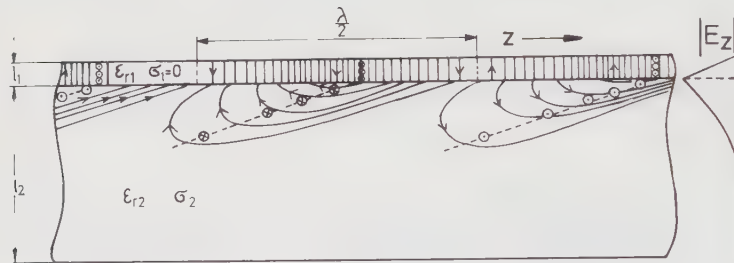
zusammenfassen lassen.¹⁾ Dieser Bereich ist durch eine Verminderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit bzw. der Wellenlänge auf einen Bruchteil der Vakuum-Ausbreitungsgeschwindigkeit bzw. -wellenlänge gekennzeichnet, wie an Hand des Ausbreitungsmaßes (2.12) noch näher gezeigt wird. Substratverluste sind in geringem Maße vorhanden, sie werden gleichermaßen durch longitudinale und transversale elektrische Feldkomponenten hervorgerufen.

Typisch für den Feldverlauf, Bild 2.6a, ist die longitudinale Komponente E_z des elektrischen Feldes,

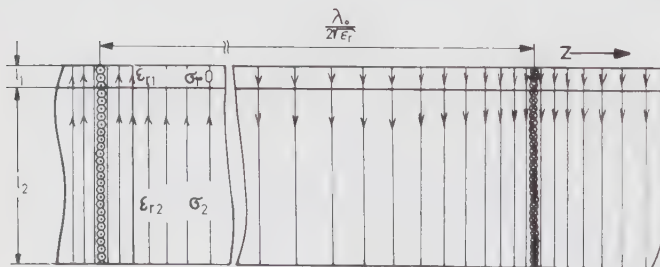
1) Der Vorfaktor $1/\sqrt{3}$ der Gleichung (2.15) ist nicht einheitlich festgelegt, GUCKEL verwendet den Faktor $\sqrt{3}$, HASEGAWA den Faktor 1. Die Ergebnisse der Kleinsignalmessungen (Kap. 5.3) legen es jedoch nahe, die Grenze des Verzögerungsbereiches gegenüber den genannten Autoren bei etwas kleinerer Frequenz zu definieren.



a)



b)



c)

Bild 2.6: Feldverteilung im Längsschnitt der Schottky-Kontakt-Leitung; a) Verzögerungsbereich, nach [29], b) Skineffekt-Bereich, nach [29], c) Quasi-TEM-Bereich; —: elektrische Feldlinien; ○, ⊗: magnetische Feldlinien an der Stelle des Maximums

die schon in diesem niederfrequenten Betriebsbereich des TM-Feldtyps nicht mehr vernachlässigbar ist, an der Schichtgrenze ihre größte Amplitude besitzt und an den metallischen Berandungen verschwindet. In der isolierenden Schicht macht sich diese Komponente im resultierenden Feld gegenüber der großen Transversalkomponente - durch große Dichte der Feldlinien veranschaulicht - kaum bemerkbar. In der halbleitenden Schicht dagegen ist die Transversalkomponente so klein - geringe Dichte der Feldlinien - , daß die Longitudinalkomponente E_z eine schwache Krümmung des resultierenden Feldes verursacht.

2. Der Skineffekt-Bereich liegt vor, wenn (2.13) nach großen Frequenzen überschritten wird, (2.10) aber noch erfüllt ist

$$4 \cdot \frac{3}{\mu_0 \sigma l^2} \leq \omega < \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad (2.16)$$

Das ist bei großer Leitfähigkeit σ des Halbleiters schon bei relativ niederen Frequenzen der Fall. In diesem Bereich treten erhöhte Verluste hauptsächlich durch die longitudinale Komponente des elektrischen Feldes auf.

Der Feldverlauf, Bild 2.6b, ist durch "Skineffekt" in der halbleitenden Schicht gekennzeichnet. Die große elektrische Transversalkomponente in der Raumladungsschicht setzt sich auch in diesem Betriebsbereich mit stark verringerter Amplitude im Halbleiter fort, nimmt dort aber exponentiell ab und erreicht die untere metallische Berandung nicht mehr. Die Komponente E_z ist aufgrund der erhöhten Betriebsfrequenz angewachsen, sie klingt zum Halbleiterrand mit dem gleichen Exponenten ab wie das

Transversalfeld. Die resultierenden Feldlinien schließen sich daher schon im Halbleiter.

3. Der Quasi-TEM-Bereich liegt vor, wenn (2.13), (2.14) und (2.10) überschritten sind, wenn also

$$\omega \geq \frac{G}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad (2.17)$$

gilt. Die Bereichsgrenze (2.17) wird bei um so kleineren Frequenzen erreicht, je kleiner die Leitfähigkeit G ist. Der Halbleiter verhält sich in diesem Bereich wie ein Dielektrikum mit geringen Verlusten.

Der Feldverlauf, Bild 2.6c, ist im gesamten Längsschnitt der Leitung homogen. Die elektrische Longitudinalkomponente kann vernachlässigt werden.

In Bild 2.7 sind die Bereichsgrenzen (2.15), (2.16) und (2.17) in einem gemeinsamen Diagramm dargestellt. Eingezeichnet ist jeweils die Betriebsfrequenz $f = \omega/2\pi$ als Funktion des spezifischen Widerstandes $\varrho = G^{-1}$. Zugrunde liegen die Daten des n-dotierten Siliziums bei Zimmertemperatur, die Dielektrizitätszahl $\epsilon_r = 11,7$ und die Beweglichkeit der Elektronen $b_n = 1200 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Parameter ist die Substratdicke l . Das Diagramm gilt für $U = 0 \text{ V}$, d.h. an der Grenze des Sperrbereichs. Für Vorspannungen $U > 0$ gelten geringfügig veränderte Bereichsgrenzen.

Bedingt durch die dotierungsabhängige Sperrschichtweite der Schottky-Kontakt-Leitung verläuft die Grenze des Verzögerungsbereichs für mittleren bis hohen spezifischen Widerstand $\varrho > 10^{-2} \text{ } \Omega\text{cm}$ proportional zu $\sqrt{\varrho}$, d.h. flacher als bei der SiO_2 -Si-Leitung [28]. Bei spezifischen Widerstandswerten $\varrho < 0,1 \text{ } \Omega\text{cm}$ ist die Sperrschichtweite schon kleiner als $0,1 \text{ } \mu\text{m}$. Die Grenze des Verzögerungsbe-

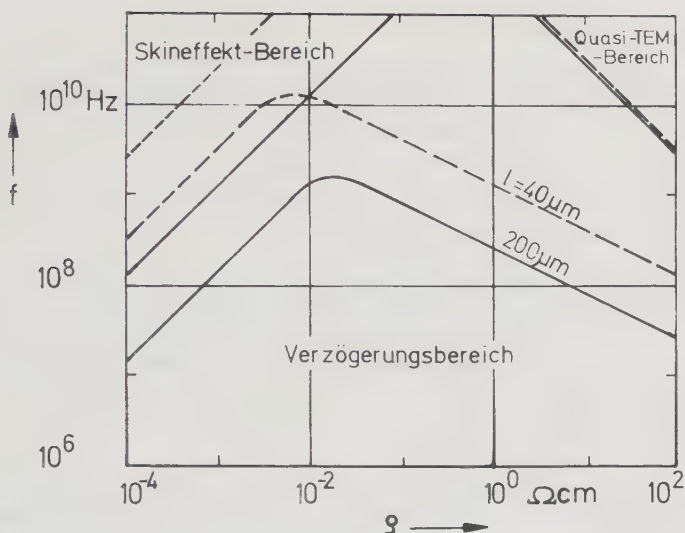


Bild 2.7: Betriebsbereiche der Schottky-Kontakt-Leitung;
 —: Substratdicke $l = 200 \mu\text{m}$,
 - - - - -: Substratdicke $l = 40 \mu\text{m}$

reiches liegt dann bei relativ kleinen Frequenzen, sie kann nur durch Verringerung der Substrathöhe nach höheren Frequenzen verlegt werden.

Aufgrund relativ geringer Leitungsverluste ist nur der Verzögerungsbereich von praktischem Interesse. Im Skinneffekt-Bereich, im Quasi-TEM-Bereich und in den Übergangsbereichen sind die Verluste zu groß. Der Betrieb der Schottky-Kontakt-Leitung ist im Fall großer, nichtlinearer Aussteuerung auch noch deshalb auf den Verzögerungsbereich beschränkt, weil nur in diesem Bereich der Sperrschicht-Kapazitätsbelag spannungsabhängig angesteuert werden kann. Die hierfür notwendige Verschiebung der beweglichen Ladungsträger kann nur in diesem Bereich durch einen Teilchenstrom durch das Substrat erfolgen (vgl. hierzu das Ersatzschaltbild im folgenden Kapitel).

2.3.2 Kleinsignal-Ersatzschaltbild

Nach einer bekannten Relation der Leitungstheorie ist das Quadrat des Ausbreitungsmaßes gleich dem Produkt aus Längswiderstandsbelag und Querleitwertsbelag des differentiellen Leitungsersatzschaltbildes für den jeweils betrachteten Feldtyp [30] .

Für eine Schottky-Kontakt-Leitung der Streifenbreite b ergibt sich im Verzögerungsbereich entsprechend der oben genannten Vorschrift aus (2.12) für den Längswiderstandsbelag ein induktiver Anteil

$$j\omega L' = j\omega \mu_0 \cdot \frac{l_1 + l_2}{b} \quad (2.18)$$

und ein frequenzabhängiger ohmscher Anteil

$$R'_{BL} = - (j\omega)^2 \frac{l_2^3 \mu_0 \sigma}{3b} , \quad (2.19)$$

der durch das elektrische Longitudinalfeld verursacht wird. Im Querzweig liegt der kapazitive Widerstandsbelag der Sperrschicht

$$\frac{1}{j\omega C'} = \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{l_1}{\epsilon_r \epsilon_0 b} \quad (2.20)$$

und in Serie zu diesem der Bahnwiderstandsbelag

$$R'_{BT} = \frac{l_2}{\sigma b} \quad (2.21)$$

des Halbleitersubstrats, der durch das elektrische Transversalfeld hervorgerufen wird.

An dieser Stelle kann die bisherige Theorie in anschaulicher Weise dadurch verbessert werden, daß die Verluste in den metallischen Leiterstreifen als ein weiterer Anteil am Längswiderstandsbelag berücksichtigt werden, additiv zu den Längsverlusten des Substrats.¹⁾

Um diese zusätzlichen Verluste klein zu halten, ist darauf zu achten, daß die Streifendicke h größer ist als die äquivalente Leitschichtdicke δ_M des Streifenmetalls mit dem spezifischen Widerstand S_M

$$h > \delta_M = \sqrt{\frac{2 S_M}{\mu_0 \omega}}, \quad (2.22)$$

also einige Mikrometer beträgt. Unter dieser Voraussetzung werden die Verluste im Leiterstreifen und in der Grundplatte - im folgenden als Leiterverluste bezeichnet - durch den zusätzlichen Längswiderstandsbelag

$$R'_M = 2 \cdot \frac{S_M}{b \delta_M} = \frac{1}{b} \cdot \sqrt{2 S_M \mu_0 \omega} \quad (2.23)$$

hinreichend genau beschrieben. Für S_M soll dabei der größere Wert der beiden unterschiedlichen Kontaktmetalle eingesetzt werden, um sicherzustellen, daß (2.23) eine obere Schranke darstellt. Aufgrund der Streufelder kann dieser Wert nach PUCCEL u.a. [31] bis zu 30 % unterschritten

1) Eine genauere Erfassung der Leiterverluste ist möglich, wenn die metallischen Leiterstreifen als dritte und vierte Schicht mit ihrem jeweiligen spezifischen Widerstand und ihrer Dicke schon im Ansatz der Theorie berücksichtigt werden. Anstelle der Zweischichtentheorie wäre dann eine Vierschichtentheorie, bei Berücksichtigung endlicher Leiterstreifendicke sogar eine Sechschichtentheorie durchzuführen. Bei der hier behandelten ersten Näherung der Schottky-Kontakt-Leitung lohnt dieser Aufwand jedoch nicht.

werden, wenn der Ohmsche Kontaktstreifen wesentlich breiter ist als die Breite b des Sperrkontakt-Streifens.

In Bild 2.8 ist das differentielle Ersatzschaltbild der Schottky-Kontakt-Leitung für den Verzögerungsbereich dargestellt. Die Leiterverluste sind darin berücksichtigt.

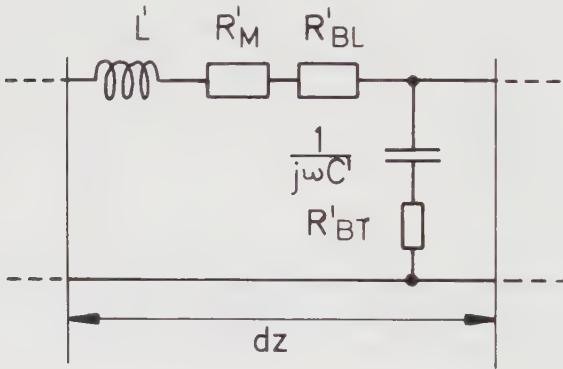


Bild 2.8: Differentielles Ersatzschaltbild für den Verzögerungsbereich der Schottky-Kontakt-Leitung

2.3.3 Ausbreitungsmaß und Wellenwiderstand

Werden die Leiterverluste additiv zu den Längsverlusten des Substrats berücksichtigt, so lautet das Ausbreitungsmaß anstelle von Gleichung (2.12):

$$\gamma = j\omega(\epsilon_r \epsilon_0 \mu_0)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(1 + \frac{1}{I_1}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left\{ \frac{1 - j\mu_0 \omega \frac{\sigma I_2^3}{3(I_1 + I_2)} - \frac{(2\epsilon_M \mu_0 \omega)^{\frac{1}{2}}}{j\mu_0 \omega (I_1 + I_2)}}{1 + j\omega \cdot \frac{\epsilon_r \epsilon_0 I_2}{\sigma I_1}} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.24)$$

Das Phasenmaß β der Schottky-Kontakt-Leitung

$$\beta = \text{Im } \gamma = \omega \sqrt{(\epsilon_r \epsilon_0 \mu_0)} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{1}{I_1}\right)} \quad (2.25)$$

ist in erster Näherung dispersionsfrei und hängt nur über die Sperrschichtweite von der Gleichvorspannung U und der Leitfähigkeit des Substrats ab.

Die Wellenlänge $\lambda = 2\pi/\beta$ ist gegenüber der Vakuumwellenlänge $\lambda_0 = 2\pi/(\omega\sqrt{\mu_0 \epsilon_0})$ um den Verkürzungsfaktor

$$\frac{\lambda_0}{\lambda} = \sqrt{\epsilon_r \left(1 + \frac{1}{I_1}\right)} \quad (2.26)$$

reduziert. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist um denselben Verkürzungsfaktor verringert.

Das Dämpfungsmaß α , d.h. der Realteil von γ , wird aufgrund der später vorgenommenen Normierung der Ortskoordinate nur in einer auf $2\pi/\lambda$ bezogenen Form benötigt:

$$\frac{\alpha \lambda}{2\pi} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{1} \left[\frac{2g_M}{\mu_0 \omega} \right]^{\frac{1}{2}} + \omega \left[\frac{\mu_0 \sigma l_2^2}{3} + \frac{\epsilon_r \epsilon_0 l_2}{1_1} \right] \right\} \quad (2.27)$$

(2.27) wird im weiteren als Funktion der Frequenz diskutiert. Substrathöhe l und Leitfähigkeit σ sind die wichtigsten Parameter. Da die halbleitende Schicht meist wesentlich dicker als die Sperrschicht ist, $l_2 \gg l_1$, wird im weiteren näherungsweise oft $l = l_1 + l_2 \approx l_2$ gesetzt.

Der Wellenwiderstand läßt sich in bekannter Weise als Wurzel aus dem Quotienten von Längswiderstandsbelag und Querleitwertsbelag angeben, solange die Voraussetzungen für das Ersatzschaltbild, Bild 2.8, eingehalten werden [30]:

$$Z = (R'_{BL} + R'_M + j\omega L')^{\frac{1}{2}} \cdot \left[R'_{BT} + \frac{1}{j\omega C'} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.28)$$

Der Realteil von Z stimmt in der hier durchgeführten Näherung erster Ordnung mit der Wurzel aus dem Quotienten von Induktivitäts- und Kapazitätsbelag überein und ist somit frequenzunabhängig:

$$Z_r = \operatorname{Re} Z \approx \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \sqrt{\frac{\mu_0 l' l_1}{\epsilon_r \epsilon_0 b^2}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \cdot \frac{l_1}{\epsilon_r l}} \cdot \frac{1}{b} \quad (2.29)$$

Der Imaginärteil

$$Z_i = \operatorname{Im} Z \approx \frac{Z_r}{2} \left\{ \left[\omega R'_{BT} C' - \frac{R'_{BL}}{\omega L'} \right] - \frac{R'_M}{\omega L'} \right\} \quad (2.30)$$

ist frequenzabhängig. Der eingeklammerte erste Term ist durch die Substratverluste, der zweite durch die Leiterverluste verursacht. Unter der Annahme, daß die Leiterverluste relativ klein sind, läßt sich innerhalb des Verzögerungsbereiches für Z_i die Schranke $Z_i < 0,3 \cdot Z_r$ näherungsweise angeben (vgl. hierzu (2.15)). Durch geeignete Dimensionierung, d.h. unter derselben Bedingung, unter der auch die bezogene Dämpfung minimal wird, kann sogar der eingeklammerte Term zum Verschwinden gebracht werden (vgl. hierzu (2.31) bzw. (2.32)). In diesem Fall ist Z_i gegen Z_r vernachlässigbar. Ein reeller, konzentrierter Widerstand der Größe Z_r reicht dann aus, eine Schottky-Kontakt-Leitung "reflexionsfrei" abzuschließen.

2.3.4 Abschätzung des Streufeldeinflusses

Bei realen Schottky-Kontakt-Leitungen wird die Leiterbreite b meist kleiner als die Substrathöhe l gewählt, damit der Wellenwiderstand nicht zu klein wird. Die wesentliche Voraussetzung der Zweischichtentheorie, $b \gg l$, ist dann nicht mehr erfüllt. Magnetische Streufelder an den Streifenkanten können nicht mehr vernachlässigt werden. Die Werte für den Realteil des Wellenwiderstands und für die Wellenlängenverkürzung liegen deshalb merklich unter den theoretischen Werten. Elektrische Streufelder treten dagegen nicht auf, weil das elektrische Feld in der sehr dünnen Sperrschicht homogen konzentriert ist.

HASEGAWA [29] und STORK [32] führen eine Abschätzung des Streufeldeinflusses durch. Unter Vernachlässigung der Feldkomponenten in Ausbreitungsrichtung wurde nach der von WHEELER [27] angegebenen quasistatischen Methode durch konforme Abbildungen der Kapazitätsbelag C' sowie der Induktivitätsbelag L' der SiO_2 -Si-Leitung berechnet und der

Wellenwiderstand $Z_r = \sqrt{L'/C'}$ und der Verkürzungsfaktor der Wellenlänge λ_0/λ angegeben. Die abgeleiteten Ergebnisse stimmen gut mit Meßwerten überein und rechtfertigen damit die verwendete Näherungsmethode. Bei gleichen Abmessungen ist der Streufeldeinfluß für die Schottky-Kontakt-Leitung genau so groß wie für die SiO_2 -Si-Leitung. Da keine elektrischen Streufelder vorhanden sind, wirkt sich die unterschiedliche Dielektrizitätszahl der isolierenden Schichten lediglich im Maßstabsfaktor aus.

In den Bildern 2.9 bis 2.11 sind die Ergebnisse der Kleinsignaltheorie zusammengestellt. Zugrundegelegt sind die Daten des n-dotierten Siliziums als Substratmaterial, $\epsilon_r = 11,7$ und $b_n = 1200 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Als Diffusionsspannung wird $U_D = 0,5\text{V}$ eingesetzt.

In Bild 2.9 ist die Sperrschichtweite l_1 als Funktion der Halbleiterdotierung bzw. - leitfähigkeit aufgetragen. Parameter ist die Sperrspannung U .

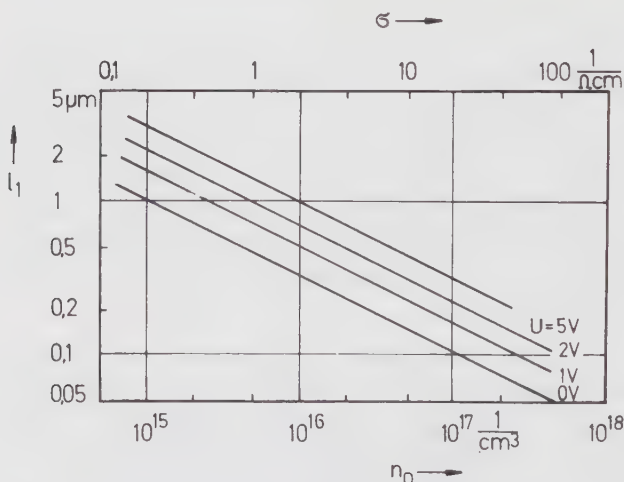


Bild 2.9: Sperrschichtweite als Funktion der Donatorkonzentration bzw. der Leitfähigkeit des Halbleiters; Parameter ist die Sperrspannung U

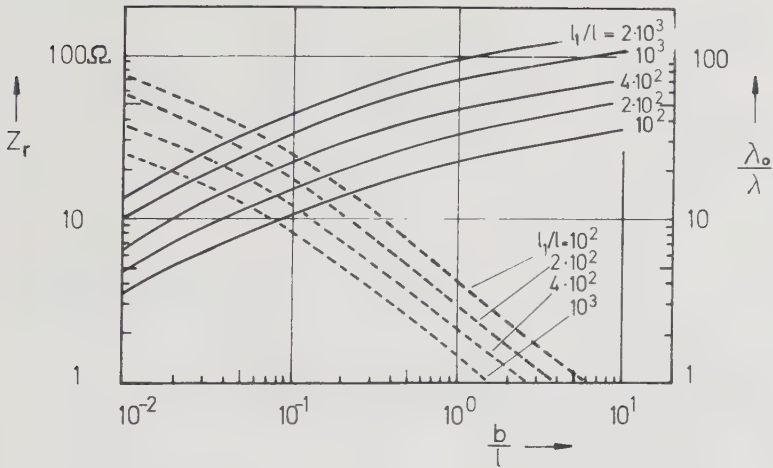


Bild 2.10: Wellenwiderstand (---) und Verkürzungsfaktor (—) als Funktion von b/l ; Parameter ist der Quotient l_1/l

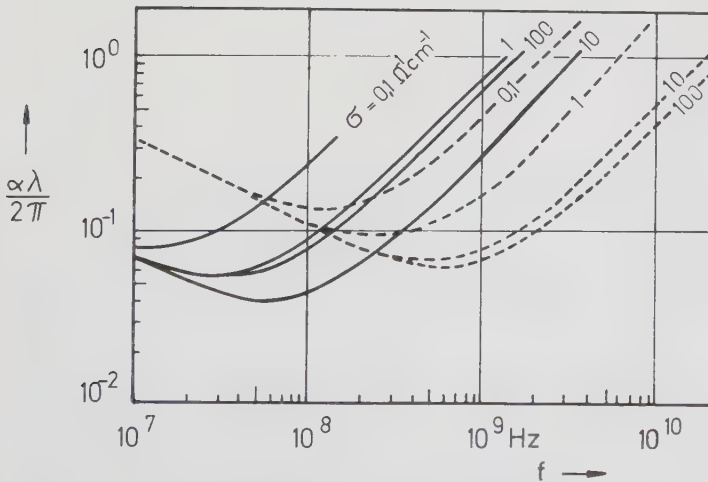


Bild 2.11: Bezogene Dämpfung als Funktion der Betriebsfrequenz; —: Substratdicke $l = 200\mu\text{m}$; ---: Substratdicke $l = 40\mu\text{m}$; Sperrspannung $U = 0\text{V}$; Parameter ist die Leitfähigkeit

In Bild 2.10 ist der Realteil Z_r des Wellenwiderstands und der Verkürzungsfaktor λ_0/λ als Funktion des Quotienten b/l gestrichelt bzw. durchgezogen dargestellt. Parameter ist das Verhältnis l_1/l . Den Kurven liegen theoretische Werte nach (2.29) und (2.26) zugrunde. Der Streufeldeinfluß ist entsprechend dem von HASEGAWA angegebenen Verfahren berücksichtigt.

In Bild 2.11 ist die bezogene Dämpfung (2.27) als Funktion der Betriebsfrequenz dargestellt. Die durchgezogene Kurvenschar gilt für eine Substratdicke von $l = 200\mu\text{m}$, die gestrichelte Kurvenschar für $l = 40\mu\text{m}$. Parameter ist die Leitfähigkeit σ . Die Vorspannung beträgt $U = 0\text{V}$; für $U > 0$ gelten geringfügig veränderte Kurven. Streufeldeinfluß ist nicht berücksichtigt.

Wie aus diesem Bild ersichtlich, gibt es für jede vorgegebene Substratdicke l eine Leitfähigkeit $\sigma_{\min}$, für die die normierte Dämpfung über dem gesamten Frequenzbereich minimal ist. Die Bedingung

$$\frac{d}{d\sigma}(\frac{\alpha\lambda}{2\pi}) = 0 \quad (2.31)$$

liefert aus (2.27) in Übereinstimmung mit [28]

$$\sigma_{\min} = \left[\frac{3 \epsilon_0 \epsilon_r}{\mu_0 l_1 (1-l_1)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.32)$$

Das Minimum dieser jeweils untersten Dämpfungskurve liegt bei einer durch l und $\sigma_{\min}$ definierten Frequenz ω' . Für fallende Frequenzen $\omega < \omega'$ ist der Anstieg der bezogenen Dämpfung auf die Leiterverluste zurückzuführen, für zunehmende Frequenzen $\omega > \omega'$ auf die Substratverluste.

Umgekehrt läßt sich für eine vorgegebene Frequenz immer das Wertepaar $1, G_{\min}$ angeben, für welches die bezogene Dämpfung ihr Minimum besitzt. Diese Betrachtungsweise, bei der neben der Leitfähigkeit die Substratdicke als zweite Variable angesehen wird, ist in Kap. 3.7 weiter ausgeführt. Daraus lassen sich Dimensionierungsvorschriften für die Schottky-Kontakt-Leitung herleiten.

3. Theorie der Frequenzvervielfachung längs uniformer Schottky-Kontakt-Leitungen

3.1 Differentialgleichung

Eine Großsignaltheorie der Schottky-Kontakt-Leitung in Form elektromagnetischer Feldgleichungen scheitert an den mathematischen Schwierigkeiten, die schon eine exakte Beschreibung des Kleinsignalverhaltens verhinderten. Um das Großsignalverhalten zu untersuchen, ist nur der Umweg über ein Leitungsersatzschaltbild gangbar, an Hand dessen die Differentialgleichung für die Wellenausbreitung aufgestellt werden kann.

Für den Sonderfall sehr kleiner Aussteuerung um den Arbeitspunkt wurde im letzten Abschnitt ein Ersatzschaltbild für die Schottky-Kontakt-Leitung hergeleitet: Durch einen zeitharmonischen Ansatz aller Feldkomponenten wurden dabei alle in den Maxwell-Gleichungen auftretenden partiellen Ableitungen nach der Zeit in Terme umgewandelt, die proportional zur imaginären Betriebsfrequenz $j\omega$ sind. Anschließend wurden komplexe Widerstandsbeläge definiert.

Für große, zeitlich sinusförmige Aussteuerung ist der Formalismus der komplexen Rechnung nicht mehr anwendbar. Um eine Beschreibung des Großsignalsverhaltens durchführen zu können, muß deshalb auch das Kleinsignal-Ersatzschaltbild, Bild 2.8, entsprechend modifiziert werden. Das geschieht in folgenden Schritten:

1. Die Kleinsignalbeläge nach Kap. 2.3.2 und ebenso die Sperrschichtweite werden mit dem Index 'o' gekennzeichnet. Sie gelten nur am Gleichspannungsarbeitspunkt und, sofern sie frequenzabhängig sind, nur noch für die Erregerfrequenz ω_o :

$$L'_0 = \mu_0 \frac{1}{b} \quad (3.1a)$$

$$C'_0 = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 b}{1_{10}} \quad (3.1b)$$

$$R'_{BTo} = \frac{1 - l_{10}}{ab} \quad (3.1c)$$

$$R'_{Mo} = \frac{1}{b} (2 \epsilon_M \mu_0 \omega_0)^{\frac{1}{2}} \quad (3.1d)$$

$$l_{10} = \left[\frac{2 \epsilon_0 \epsilon_r (U + U_D)}{en_D} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.1f)$$

2. In das Kleinsignal-Ersatzschaltbild, Bild 2.8, werden die Spannungen $u_{\sim}$ und $v_{\sim}$ zwischen den metallischen Leitern und über dem Kapazitätsbelag eingeführt. In den Leitern fließe der Strom $i_{\sim}$. Um die restlichen Teilspannungen an den Stellen der Widerstandsbeläge angeben zu können, ist der Ausdruck $j\omega$ in den komplexen Widerstandsbelägen durch die partielle Ableitung nach der Zeit zu ersetzen und auf den entsprechenden Strom anzuwenden.

Längs des Induktivitätsbelages eines Leitungsstückes der Länge dz ergibt sich auf diese Weise die Spannung $L'_0 dz (\partial i_{\sim} / \partial t)$ und längs des Widerstandsbelages R'_{BL0} entsprechend Gleichung (2.19) der Wert $-(R'_{BL0} / \omega_0^2) dz (\partial^2 i_{\sim} / \partial t^2)$. Der Spannungsabfall, welcher durch die Leiterverluste verursacht wird, wird näherungsweise $R'_{Mo} dz i_{\sim}$ gesetzt. Die relativ schwache

Frequenzabhängigkeit dieser Verluste wird damit vernachlässigt, die Klärung des Großsignalverhaltens dadurch entscheidend vereinfacht.

3. Die Wechselspannung $v_{\sim}(z, t)$ über der Sperrschicht ist gegenüber der Gleichspannung $(U+U_D)$ nicht mehr vernachlässigbar. Sperrschichtweite, Kapazitäts- und Bahnwiderstandsbelag sind deshalb orts- und zeitabhängige Größen:

$$l_1(v_{\sim}) = \left[\frac{2 \xi_r \xi_0 (U+U_D+v_{\sim})}{\epsilon n_D} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.2a)$$

$$C'(v_{\sim}) = \frac{\xi_r \xi_0 b}{l_1(v_{\sim})} \quad (3.2b)$$

$$R'_{BT}(v_{\sim}) = \frac{1-l_1(v_{\sim})}{\epsilon b} \quad (3.2c)$$

Unter Berücksichtigung der genannten Gesichtspunkte ergibt sich zur Beschreibung des Großsignalverhaltens das Ersatzschaltbild nach Bild 3.1.

Für Anfang und Ende der Leitung gelten folgende Bedingungen: Am Leitungsanfang $z = 0$ wird eine zeitlich sinusförmige Erregerspannung mit der Amplitude $\hat{u}$ und der Erregersfrequenz ω_0 vorgegeben:

$$u_{\sim}(0, t) = \hat{u} \sin(\omega_0 t) \quad (3.3)$$

Am Leitungsende sollen Reflexionen durch einen geeigneten Leitungsabschluß verhindert werden. Wellenausbreitung soll also nur in Richtung wachsender Ortskoordinate stattfinden.

Inwieweit sich diese "Randbedingungen" realisieren lassen, wird im Zusammenhang mit den experimentellen Untersuchungen in Kap. 5 geklärt.

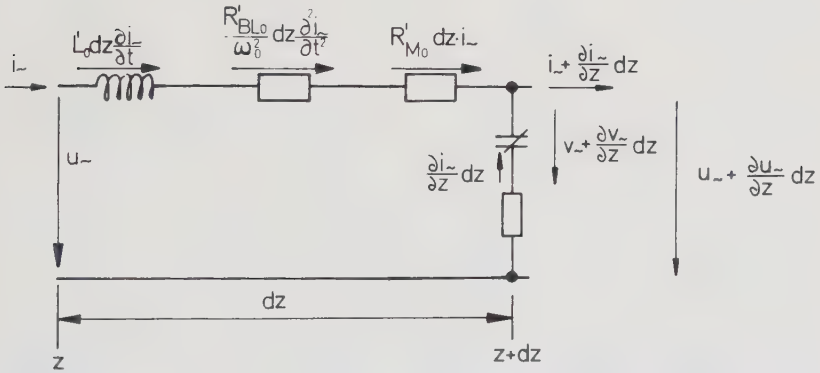


Bild 3.1: Leitungsersatzschaltbild für den Großsignalbetrieb der Schottky-Kontakt-Leitung

Durch Normierung auf die Erregeramplitude $\hat{u}$ und die Daten des Arbeitspunktes lassen sich die oben eingeführten Variablen und die Leitungsbeläge auf eine dimensionslose Form bringen, in der sich anschließend die Frequenzvervielfachung längs der Schottky-Kontakt-Leitung übersichtlicher behandeln läßt. Folgende bezogene Größen werden definiert:

$$\text{Ort} \quad x = \omega_0 \sqrt{L'_0 C'_0} z \quad (3.4a)$$

$$\text{Zeit} \quad \tau = \omega_0 t \quad (3.4b)$$

$$\text{Leiterspannung } u = \frac{u_{\sim}}{\hat{u}} \quad (3.4c)$$

$$\text{Spannung über der Sperrschicht } v = \frac{v_{\sim}}{\hat{u}} \quad (3.4d)$$

$$\text{Leiterstrom } i = \frac{i_{\sim}}{\hat{u}} \sqrt{\frac{L'_0}{C'_0}} \quad (3.4e)$$

$$\text{Kapazitätshub } \delta = \frac{\hat{u}}{4(U+U_D)} > 0 \quad (3.4f)$$

$$\text{Kapazitätsbelag } \frac{C'(v)}{C'_0} = \frac{1}{1+4\delta v} \approx 1-2\delta v+\dots \quad (3.5a)$$

$$\text{Bahnwiderstandsbelag } \frac{R'_{BT}(v)}{R'_{BTo}} = \frac{1-1_{10} \sqrt{1+4\delta v}}{1-1_{10}} \approx 1-2 \frac{1_{10}}{1} \delta v+\dots \quad (3.5b)$$

$$\text{Leiterverluste } A = \frac{R'_0 M_0}{\omega_0 L'_0} = \frac{1}{1} \left[\frac{2 S_M}{\mu_0 \omega_0} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.5c)$$

$$\text{Längsverluste des Substrats } B_L = \frac{R'_{BL0}}{\omega_0 L'_0} = \omega_0 \cdot \frac{\mu_0 \sigma l^2}{3} \quad (3.5d)$$

$$\text{Bahnverluste des Substrats } B_T = \omega_0 C'_0 R'_{BTo} = \omega_0 \cdot \frac{\epsilon_r \epsilon_0 l}{\sigma l_1} \quad (3.5e)$$

$$\text{Substratverluste } B = B_L + B_T \quad (3.5f)$$

Unter Verwendung dieser normierten Größen läßt sich aus dem Ersatzschaltbild, Bild 3.1, folgendes Differentialgleichungssystem herleiten

$$\frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\partial i}{\partial \tau} - A i + B_L \frac{\partial^2 i}{\partial \tau^2} \quad (3.6a)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = - \frac{C'(v)}{C_o} \cdot \frac{\partial v}{\partial \tau} \quad (3.6b)$$

$$u = v + \frac{C'(v)}{C_o} \cdot \frac{R_{BT}'(v)}{R_{BTo}'} \cdot B_T \frac{\partial v}{\partial \tau} \quad , \quad (3.6c)$$

welches bei der vorgegebenen, zeitlich sinusförmigen Randbedingung

$$u(0, \tau) = \sin \tau \quad (3.6d)$$

die nichtlineare Wellenausbreitung längs der Schottky-Kontakt-Leitung beschreibt. Gesucht ist der örtliche und zeitliche Verlauf der Leiterspannung $u(x, \tau)$ für die eingeschwungene, reflexionsfrei abgeschlossene Leitung.

Bei der weiteren Behandlung des Differentialgleichungssystems werden - wie schon bei der physikalischen Herleitung des Kleinsignal-Ersatzschaltbildes - nur Verlustterme berücksichtigt, die proportional zu den normierten Verlusten A , B_L und B_T sind. Im Verzögerungsbereich, dessen Grenze (2.15) in normierter Form

$$B < 0,6 \quad (3.7)$$

lautet, können durch günstige Dimensionierung der Leitung die Ungleichungen $B_L < 0,3$, $B_T < 0,3$ und $A < 0,3$ eingehalten werden (vgl. hierzu Kap. 3.7). Es erscheint deshalb

gerechtfertigt, Glieder höherer Ordnung in A , B_T und B_L zu vernachlässigen. Auch der Kapazitätshub kann nach (3.4f) die Schranke $\delta < 0,25$ nicht überschreiten, weil im Sperrbereich $U \geq 0$ des Schottky-Kontakts die Erregeramplitude $\hat{u}$ immer kleiner ist als die Sperrspannung $(U+U_D)$. Aus diesem Grund werden auch quadratische und höhere Glieder in δ und alle Produkte von A , B_T und B_L mit δ vernachlässigt.

Durch Differentiation nach dem Ort x und anschließender Elimination des Stromes i und der Spannung v mit Hilfe der in A , B_L , B_T und δ linearisierten Gleichungen (3.6b) und (3.6c) entsteht aus (3.6a) eine partielle Differentialgleichung, die nur noch die Spannung u als abhängige Variable enthält:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} (u - B \frac{\partial u}{\partial \tau} - \delta u^2) + A \frac{\partial u}{\partial \tau} \quad (3.8)$$

Die gesuchte Lösung $u(x, \tau)$ wird - unabhängig von der Gestalt des Erregersignales $u(0, \tau)$ - nur wenig von der bekannten Lösung $u(x=0, \tau)$ der verlustfreien, linearen Leitung abweichen, solange die normierten Verluste A , B und der Kapazitätshub δ klein sind. Die erwartete Abweichung wird sich in einer Verformung des Signals längs der Leitung äußern, die in erster Näherung proportional zu ihrer Ursache δ ist. Für (3.8) ist deshalb folgender Lösungsansatz sinnvoll:

$$u = u(\tau - x, \delta x) \quad (3.9)$$

Mit neuen Variablen, der retardierten Zeit

$$\eta = \tau - x \quad (3.10a)$$

und der reduzierten Ortskoordinate

$$s = \delta x \quad (3.10b)$$

geht (3.8) über in die Gleichung

$$\delta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(2\delta \frac{\partial u}{\partial s} - \delta \frac{\partial u^2}{\partial \varphi} + Au - B \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} \right) = 0 \quad (3.11)$$

Bei der weiteren Behandlung dieser Gleichung wird der zu δ^2 proportionale erste Term vernachlässigt. Eine Integration über φ liefert dann auf der rechten Seite der Differentialgleichung eine zunächst beliebige Funktion, die nur vom Ort s abhängt. Da hier nur der eingeschwungene Zustand der Leitung betrachtet wird und mit $u(\varphi, s)$ auch die ganze linke Seite der Differentialgleichung eine periodische Funktion in φ ist, muß diese Funktion aber identisch null sein. Daher ergibt sich schließlich für die Spannung u die Differentialgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial s} - u \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{A}{2\delta} u - \frac{B}{2\delta} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (3.12a)$$

mit den Randbedingungen

$$u(0, \varphi) = \sin \varphi \quad (3.12b)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} u = 0 \quad \text{für } A+B \neq 0 \quad (3.12c)$$

Gleichung (3.12) bildet den Ausgangspunkt aller weiteren Überlegungen, deren Ziel darin besteht, den Einfluß der Leitungsparameter A , B und δ auf den örtlichen Verlauf der Spannung $u(\varphi, s)$ zu untersuchen.

Die Differentialgleichung (3.12) ist nicht geschlossen lösbar. In geschlossener Form sind nur die Lösungen für vernachlässigbare Substratverluste, $A \neq 0$, $B = 0$, oder vernachlässigbare Leiterverluste, $A = 0$, $B \neq 0$, möglich. Diese beiden Sonderfälle werden in den nächsten Abschnitten ausführlich diskutiert. An ihnen können die charakteristischen Merkmale nichtlinearer Wellenausbreitung aufgezeigt werden. Aus den Lösungen dieser Sonderfälle kann schließlich auch die Lösung, in der beide Verlustursachen berücksichtigt sind, ohne Einbuße an der bisher eingehaltenen Genauigkeit aufgebaut werden.

3.2 Lösung für den Sonderfall vernachlässigbarer Substratverluste

Ist der Einfluß der Substratverluste B sehr klein gegenüber dem Einfluß der Leiterverluste A , so darf in (3.12) der Term $B(\partial^2 u / \partial \rho^2)$ weggelassen werden. Die Ausbreitung eines sinusförmig eingepprägten Erregersignals längs der Schottky-Kontakt-Leitung ist dann durch

$$\frac{\partial u}{\partial s} - u \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{A}{2\delta} u = 0$$

$$u(0, \rho) = \sin \rho \quad (3.13)$$

bestimmt. Von MULLICK [13] und JEFFREY [14] wurde für diese Gleichung durch Integration nach der Charakteristikenmethode [33] die implizite Lösung

$$u e^{\frac{A}{2\delta}s} = \sin \left\{ \rho + \frac{2\delta}{A} (1 - e^{-\frac{A}{2\delta}s}) u \cdot e^{\frac{A}{2\delta}s} \right\} \quad (3.14)$$

gewonnen, die in dieser Form nur vom Leitungsanfang bis zum Schodeinsetzort gilt und in den genannten Arbeiten deshalb auch nur in diesem Bereich diskutiert wird.

In einer leicht abgeänderten Schreibweise lautet die Lösung (3.14)

$$u e^{\frac{A}{2\delta}s} = \sin \left(\varrho - \frac{s}{c} \right) \quad (3.15)$$

Hierin ist

$$c = \frac{\delta}{1 - \frac{2\delta}{As} \cdot \delta u \cdot (\exp(\frac{A}{2\delta}s) - 1)} = \frac{\delta}{1 - \delta u (1 + \frac{A}{4\delta}s + \dots)} \quad (3.16)$$

als Ausbreitungsgeschwindigkeit zu interpretieren, die im Gegensatz zur Phasengeschwindigkeit der linearen Wellenausbreitung selbst von der Spannung abhängt. Bereiche der ursprünglich sinusförmigen Welle mit positiver, großer Spannungsamplitude breiten sich - für den hier betrachteten Fall $\delta > 0$ - schneller aus als Bereiche mit kleiner oder negativer Amplitude. Dadurch ändert sich die Wellenform längs der Leitung entsprechend dem in Bild 3.2 dargestellten Momentanbild, das die Lösung (3.15) der besseren Übersicht wegen nur für den Parameterwert $A = 0$ wiedergibt.

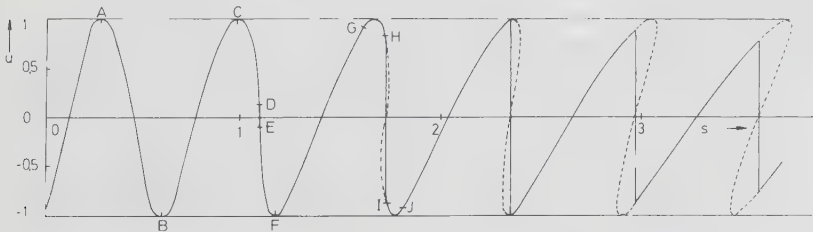


Bild 3.2: Momentanbild der Spannung längs einer verlustfreien, sinusförmig erregten Schottky-Kontakt-Leitung ($\varrho = 4,22$; $\delta = 0,1$; $A = B = 0$)

In der Nähe des Leitungsanfangs, Bild 3.2, besitzt das Signal noch nahezu seine ursprüngliche Gestalt. Punkt A bewegt sich entsprechend (3.16) jedoch schneller als Punkt B, so daß in der folgenden Periode Punkt C sich an D annähert und von B entfernt hat: die Welle wird mit wachsendem Abstand an ihrer Vorderflanke steiler. Unter der Voraussetzung, daß die Aufsteilung nicht durch zu große Verluste begrenzt wird, bildet sich eine vertikale Tangente $\overline{DE}$, die sogenannte Schockfront. Die Funktion (3.15) wird von diesem Ort an mehrdeutig und damit physikalisch sinnlos.

Hier zeigen nun die Annahmen, die zur Differentialgleichung (3.13) führten, ihren Näherungscharakter: Eine vertikale Schockfront ist nur möglich, wenn sich der Kapazitätsbelag $C'(v)$ verzögerungsfrei umladen kann, wenn also die Bahnverluste $B_T = 0$ sind. Realisierbare Kapazitätsbeläge lassen sich aber nie völlig trägheits- und verlustfrei aussteuern. Irgendein Relaxationseffekt - hier die endliche Beweglichkeit der Ladungsträger im Halbleiter - begrenzt schließlich immer die Umladungsgeschwindigkeit und damit auch die Steigung der Schockfront (vgl. hierzu auch die Lösung für den Sonderfall $B \neq 0$, $A = 0$ in Kap.3.3).

Die in diesem Kapitel getroffene Voraussetzung, nach der die Substratverluste vernachlässigbar klein sein sollen, bedeutet, daß die Breite der Wellenfront gegenüber dem Abstand zweier Spannungsnulldurchgänge vernachlässigt werden kann. Mehrdeutigkeiten des Spannungsverlaufs (3.15) - in Bild 3.2 gestrichelt eingetragen - sind aber auch dann nicht möglich. Um diese Mehrdeutigkeiten auszuschließen, werden daher für die Lösung der Differentialgleichung (3.13) im weiteren zwischen je zwei Wellenfronten stets diejenigen Kurvenzweige von (3.15) gewählt, die sich stetig an den schockfreien Spannungsnulldurchgang anschließen. An den Schockstellen selbst ist die Lösung dann unstetig. Diese eindeutig definierte Lösung ist in Bild 3.2 als durchgezogene Kurve dargestellt.

$\overline{DE}$ stellt einen Schock von noch kleiner Amplitude dar, vgl. Bild 3.2. Seine Ausbreitungsgeschwindigkeit liegt zwischen den zu seinen Endpunkten D und E gehörenden Geschwindigkeiten. Daher bewegt sich die Schockfront schneller als der Punkt F, trifft auf Teile von E, F auf und wird dabei größer. Ganz entsprechend läuft der Wellenbereich C, D auf die Schockfront auf und läßt diese anwachsen. Die Schockfront erreicht ihre Maximalamplitude in der Nähe von $\overline{HI}$ und nimmt im folgenden wieder ab. Der Punkt G läuft schneller als die Schockfront, trifft auf diese auf und verkleinert ihr oberes Ende auf die zu G gehörige Spannung. Genauso wird das untere Ende der Schockfront beim Auftreffen auf den langsameren Punkt J auf die J entsprechende Amplitude verringert. Schließlich laufen alle Teile der Welle auf die Schockfront auf oder werden von ihr eingeholt. Die Amplitude des nunmehr sägezahnförmigen Wellenzuges geht mit wachsendem Ort asymptotisch gegen Null.

Das bisher qualitativ am Beispiel $A = 0$ beschriebene Verhalten des Spannungsverlaufs kann mit neuen Variablen, der "entdämpften Spannung"

$$w = u e^{\frac{A}{2\delta}s} \quad (3.17)$$

und der durch KHOKLOV [18] eingeführten "reduzierten Entfernung"

$$\xi = \frac{2\delta}{A}(1 - \exp(-\frac{A}{2\delta}s)) \quad (3.18)$$

quantitativ übersichtlicher dargestellt werden. Die Lösung (3.14), nun in der Gestalt

$$w = \sin(\varphi + \xi w) \quad (3.19a)$$

oder in der Gestalt

$$\varphi = \arcsin w - \xi w, \quad (3.19b)$$

hängt nur noch indirekt über die neuen Variablen von dem Parameter $A/2\delta$ ab, sie wird in der w, φ -Ebene (oder in der w, ξ -Ebene) durch eine einparametrische Kurvenschar vollständig wiedergegeben. Parameter ist der Ort ξ (oder die Zeit φ).

Ausgehend von der Darstellung (3.19) sollen nun der Schockeinsetzort s_0 , die Schockamplituden w^+, w^- , das Amplitudenspektrum w_k , $k=1, 2, 3, \dots$ und die Amplitudenmaxima u_{km} berechnet werden.

Schockeinsetzort s_0 :

Aus der Bedingung

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial w} \right|_{\xi = \xi_s} = 0, \quad (3.20)$$

die durch implizite Ableitung von (3.19b) gewonnen wird, ergeben sich alle möglichen Orte ξ_s mit senkrechter Tangente an w :

$$\xi_s = \frac{1}{\sqrt{1 - w^2(\xi_s)}} \quad (3.21)$$

Am kleinstmöglichen Wert $\xi_0 = \text{Min} \xi_s$, dem Schockeinsetzort, nimmt die Funktion $w(\xi_s)$ zum ersten Mal eine senkrechte Tangente an. Es ist also

$$\left. \frac{d\xi_s}{dw} \right|_{\xi_s = \xi_0} = 0 = \left. \frac{w}{\sqrt{(1 - w^2)^3}} \right|_{\xi_s = \xi_0} \quad (3.22)$$

d. h.:

$$w(\xi_0) = 0 \quad (3.23)$$

Aus (3.21) folgt damit

$$\xi_0 = 1 \quad (3.24)$$

und aus (3.18) schließlich für den Schockeinsetzort s_0 :

$$\left. s \right|_{\xi=\xi_0} = s_0 = -\frac{2\delta}{A} \ln\left(1 - \frac{A}{2\delta}\right) \quad (3.25)$$

Wie im Rahmen dieser linearisierten Theorie nicht anders zu erwarten ist, setzt der Schock bei einem Nulldurchgang der Spannung ein. Schockwellen entstehen im Endlichen nur, sofern nach (3.25) zwischen Leiterverlusten A und Kapazitätshub δ folgende Beziehung gilt [13], [14]:

$$\frac{A}{2\delta} < 1 \quad (3.26)$$

Schockamplitude w^+, w^- :

Am Schockeinsetzort beträgt die Phasengeschwindigkeit (3.16) des sich bildenden Schocks wegen (3.23) und (3.17) $c(s_0) = 1$. Kurz darauf haben die kleinen Amplituden direkt vor bzw. hinter dem Schock, w^+ und w^- , die Geschwindigkeiten $c(s_0) + \delta w^+$ bzw. $c(s_0) - \delta w^-$ und treffen dabei gleichzeitig auf den Schock auf. Dieser bleibt symmetrisch zur s -Achse, seine Geschwindigkeit $c(s_0)$ ändert sich dadurch nicht. Diese Überlegung gilt auch für alle anderen Zeitintervalle. Die Schockamplituden sind daher symmetrisch. Sie streben für große Entfernung vom Leitungsanfang symmetrisch gegen Null:

$$w^- = -w^+ \geq 0$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} w^- = 0$$

$$s \rightarrow \infty$$

(3.27)

Die Auswertung von (3.19) direkt vor und hinter der Schockfront liefert daher für die Schockzeit f_s :

$$\begin{aligned} f_s &= \arcsin w^- - \xi w^- = \arcsin w^+ - \xi w^+ + 2n\pi \\ &= -(\arcsin w^- - \xi w^-) + 2n\pi = -f_s + 2n\pi \end{aligned} \quad (3.28)$$

d.h.:

$$f_s = n\pi, \quad \text{mit} \quad n = 0, 1$$

Wegen der Periodizität von w in φ genügt es, sich auf Werte $n = 0, 1$ zu beschränken. Wie sich aus der Lösung (3.19b) weiter ablesen läßt, erfolgt der Nulldurchgang der steilen Wellenfront bei positivem Kapazitätshub immer zur Zeit $\varphi = n\pi$, $n = 0, 2, 4, \dots$ und der Nulldurchgang der flachen Wellenflanke zur Zeit $\varphi = n\pi$, $n = 1, 3, 5, \dots$. (3.28) lautet für den hier betrachteten Fall also

$$f_s = 0 \quad (3.29)$$

(3.29) liefert zusammen mit (3.28) eine Bestimmungsgleichung für die Schockamplitude w^- :

$$\arcsin w^- - \xi w^- = 0 \quad (3.30)$$

Diese Gleichung hat vor dem Schockeinsetzort - für den Wertebereich $0 \leq \xi \leq \xi_0 = 1$ - nur die triviale Wurzel $w^- = 0$. Für $\xi > 1$ ergibt sich eine weitere Wurzel, die den in Bild 3.3 gestrichelt eingetragenen Verlauf $w^- = w^-(\xi(s))$ liefert.

Für große Entfernungen vom Leitungsanfang läßt sich Gleichung (3.30) linearisieren. Unter Beachtung von (3.27) ergibt sich die Näherung

$$w^- = \frac{\eta}{1+\xi} \quad , \quad \xi > 3,6 \quad , \quad (3.31)$$

die für $\xi = 3,6$ schon bis auf 2 % mit der exakten, numerisch gewonnenen Lösung der Gleichung (3.30) übereinstimmt. Die Schockamplitude nimmt also schon bald nach dem Schockeinsetz wieder ab, für große Werte ξ schließlich proportional $1/\xi$.

Amplitudenspektrum w_k , $k = 1, 2, 3, \dots$:

Die Lösung $w(\rho, \xi)$ - durch geeignete Wahl der Lösungszweige auch über den Schockeinsetzort hinaus eindeutig definiert - ist eine 2π -periodische Funktion in ρ , symmetrisch zum Ursprung $\rho = 0$. Die Lösung kann daher auch in Form der Fourierreihe

$$w = \sum_{k=1}^{\infty} w_k(\xi) \sin(k\rho) \quad (3.32)$$

angegeben werden, deren Amplitudenkoeffizienten

$$w_k(\xi) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} w(\xi, \rho) \sin(k\rho) d\rho \quad (3.33)$$

selbstverständlich alle vom Ort ξ abhängen.

Durch partielle Integration ergeben sich zwei Beiträge zu w_k

$$w_k = w_{k1} + w_{k2} \quad (3.34)$$

mit

$$w_{k1} = \frac{2}{k\pi} (-w(\xi, \rho)) \cos(k\rho) \Big|_{\rho=0}^{\rho=\pi} \quad (3.35)$$

und

$$w_{k2} = \frac{2}{k\pi} \cdot \int_{w(\rho=0)}^{w(\rho=\pi)} \cos(k\rho) d\rho, \quad (3.36)$$

deren physikalische Bedeutung von BLACKSTOCK [34] diskutiert wurde.

w_{k1} läßt sich direkt auswerten,

$$w_{k1} = \frac{2w^-}{k\pi}, \quad (3.37)$$

weil an den Integrationsgrenzen $\rho = 0$, $\rho = \pi$ w bekannt ist:
 $w(\rho = \pi) = 0$; $w(\rho = 0) = w^-$.

w_{k2} läßt sich unter Verwendung der Substitution

$$\eta = \rho + \xi w \quad (3.38)$$

- die das Integrationselement $d\rho$ in

$$d\rho = \frac{1}{\xi} (d\eta - dw) \quad (3.39)$$

und die Integrationsgrenzen in

$$\begin{aligned} \eta(\rho=0) &= \xi w(\rho=0) = \xi w^- \\ \eta(\rho=\pi) &= \pi + \xi w(\rho=\pi) = \pi \end{aligned} \quad (3.40)$$

überführt - folgendermaßen auswerten:

$$w_{k2} = \frac{2}{k\pi\xi} \cdot \int_{\xi w^-}^{\pi} \cos(k\varphi) d\varphi - \int_0^{\pi} \cos(k\varphi) d\varphi \quad (3.41)$$

$$= \frac{2}{k\pi\xi} \cdot \int_{\xi w^-}^{\pi} \cos\{k(\varphi - \xi \sin\varphi)\} d\varphi \quad (3.42)$$

Die unterschiedliche Bedeutung der Beiträge w_{k1} und w_{k2} ist aus einem Vergleich an den Orten $\xi < 1$ und $\xi \geq 3,6$ erkennbar: Für Orte vor dem Schockereinsatz, $0 \leq \xi \leq 1$ ist definitionsgemäß die Schockamplitude $w^- = 0$. Die Koeffizienten w_k - innerhalb der physikalischen Akustik als Fubini-Lösung bezeichnet [34] - setzen sich zusammen aus

$$w_{k1} = \frac{2w^-}{k\pi} = 0 \quad (3.43)$$

und

$$w_{k2} = \frac{2}{k\pi\xi} \int_0^{\pi} \cos(k\varphi - k\xi \sin\varphi) d\varphi = \frac{2}{k\xi} J_k(k\xi), \quad (3.44)$$

mit J_k , der gewöhnlichen Besselfunktion k -ter Ordnung (vgl. hierzu [35], Gl. 9.1.21). Für Orte weit hinter dem Schockereinsatz, $\xi > 3,6$, setzen sich die Koeffizienten w_k zusammen aus

$$w_{k1} = \frac{2}{k(1+\xi)} \quad (3.45)$$

und

$$w_{k2} \leq \frac{2}{k\pi\xi} \cdot \int_{\xi w^-}^{\pi} |\cos(k\varphi)| d\varphi \leq \frac{2}{k\pi\xi} |\pi - \xi w^-|$$

(3.46)

$$\approx \frac{2}{k\xi(1+\xi)} \ll |w_{k1}|$$

Wie die Integralabschätzung (3.46) zeigt, ist w_k weit nach dem Schockeinsatz im wesentlichen durch die w_{k1} gegeben. Diese sind identisch mit den Fourier-Koeffizienten einer symmetrischen Sägezahnfunktion der Amplitude $w^- = \pi/(1+\xi)$. Vor dem Schockeinsatz sind dagegen nur die w_{k2} vorhanden, alle w_{k1} sind null.

Im Zwischenbereich $1 \leq \xi \leq 3,6$, in dem die Amplitudenmaxima liegen, ist keine geschlossene Form für die Koeffizienten w_k auffindbar. Die Berechnung der w_k wurde deshalb in diesem Bereich und zur Kontrolle auch in allen anderen Bereichen numerisch durchgeführt. Die Lösung (3.19b) wurde zu diesem Zweck in ihren Eindeutigkeitsbereichen einer Harmonischen Analyse unterzogen. Verwendet wurde die IBM-Subroutine FORIT [36]. Berücksichtigt sind alle Koeffizienten w_k einschließlich der zehnten Harmonischen.

In Bild 3.3 ist das Amplitudenspektrum w_k als Funktion der reduzierten Entfernung ξ dargestellt, für $k = 1, 2, 3, 4$. Gestrichelt eingetragen ist die Schockamplitude w^- , numerisch berechnet nach Gleichung (3.30) und angenähert durch (3.31). Charakteristisch für alle erzeugten Harmonischen ist das monotone Anwachsen mit wachsender Entfernung vom Leitungsanfang bis zu einem Maximalwert und die anschließende monotone Abnahme. Die Maxima w_{km} der Koeffizienten w_k treten auf an den Stellen ξ_{km} , ihre numerischen Werte sind in Tabelle 3.1 für $k = 2, 3, 4$ angegeben.

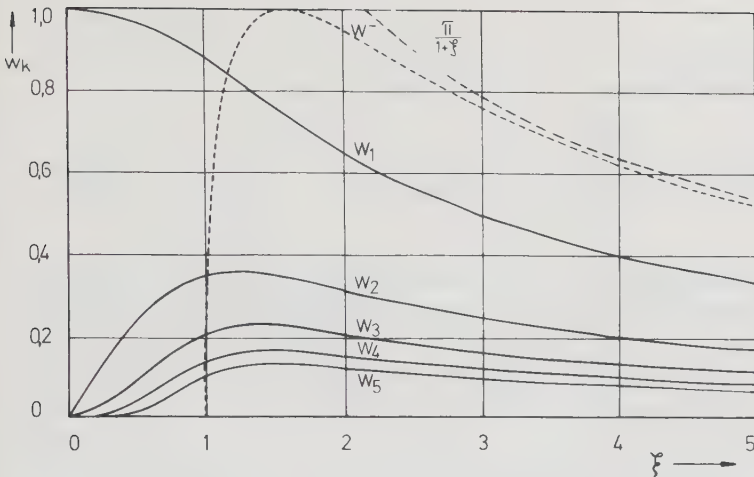


Bild 3.3: Amplitudenspektrum als Funktion der reduzierten Entfernung; ---: Schockamplitude w nach Gl. (3.30) und ihre Näherung Gl. (3.31)

In Bild 3.3 zeigt sich noch einmal anschaulich der Vorteil der Variablentransformation (3.17) und (3.18): Für beliebigen Kapazitätshub δ und beliebige Verluste A kann das Amplitudenspektrum der Spannung u als Funktion des Ortes s aus diesem parameterfreien Diagramm hergeleitet werden.

k	ξ_{km}	w_{km}
2	1,3	0,360
3	1,4	0,226
4	1,5	0,180

Tabelle 3.1: Amplitudenmaxima und Orte der Maxima

Amplitudenmaxima u_{km} :

Wird die gesuchte Spannung $u(s, \varphi)$ in Form einer Fourierreihe geschrieben

$$u(s, \varphi) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(s) \sin(k\varphi), \quad (3.47)$$

so berechnen sich die Amplitudenkoeffizienten u_k aus dem Koeffizienten w_k entsprechend der Transformation (3.17):

$$u_k(s) = w_k(\varphi(s)) e^{-\frac{A}{2\delta}s} \quad (3.48)$$

mit der Koordinate φ nach (3.18)

$$\varphi = \frac{2\delta}{A}(1 - \exp(-\frac{A}{2\delta}s)) \quad (3.18)$$

Bei dieser Rücktransformation wird nur eine Dehnung der Ortskoordinate vorgenommen, zusammen mit einer exponentiellen Dämpfung der Amplitude w . Die Amplitudenkoeffizienten u_k besitzen deshalb als Funktion des Ortes s eine den Koeffizienten w_k analoge Gestalt. Um einen Überblick über den Verlauf der Amplituden u_k zu gewinnen, genügt es deshalb in den meisten Fällen, den Ort s_{km} und den Wert u_{km} der Amplitudenmaxima als Funktion der bezogenen Verluste $A/2\delta$ zu ermitteln.

Für bezogene Verluste $A/2\delta \lesssim 0,4$ wird im Anhang A1 das Amplitudenmaximum u_{km} und der Ort dieses Maximums s_{km} aus den entsprechenden Werten w_{km} und φ_{km} des verlustfreien Falls mit Hilfe einer Störungsrechnung hergeleitet. Die dort gewonnenen Ergebnisse erster Näherung lauten:

$$u_{km} = w_{km}(\xi_{km}) \exp\left(-\frac{A}{2\delta} \xi_{km}\right) \quad (3.49)$$

$$s_{km} = \xi_{km} - \frac{A}{2\delta} \left[\frac{1}{2} \xi_{km}^2 - \frac{w_k}{w_k''} \right]_{\xi_{km}} \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

mit $w_k'' = d^2 w_k / d\xi^2$. Die Maximalamplitude u_{km} nimmt danach exponentiell mit den Verlusten $A/2\delta$ ab. Die Exponenten $(A/2\delta) \cdot \xi_{km}$ unterscheiden sich gemäß Tabelle 3.1 für unterschiedliches k nur wenig voneinander. Der Einfluß von $A/2\delta$ ist also auf alle Harmonischen etwa gleich stark.

Der Ort s_{km} des Maximums rückt mit wachsenden Verlusten immer näher an den Leitungsanfang heran; denn von dem positiven Wert $\xi_{km} > 0$ wird der eingeklammerte Korrekturterm immer nur abgezogen, weil ξ_{km}^2 und ebenso der Ausdruck $-(w_k/w_k'')$ am Ort ξ_{km} des Maximums stets positives Vorzeichen besitzen.

3.3 Lösung für den Sonderfall vernachlässigbarer Leiterverluste

Lassen sich die Leiterverluste vernachlässigen, ist also $A = 0$, dann nimmt die Näherungs-Differentialgleichung (3.12) die Form an:

$$\frac{\partial u}{\partial s} - u \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{B}{2\delta} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (3.50)$$

$$u(0, \varphi) = \sin \varphi$$

Diese Gleichung wurde in einer durch Substitution leicht veränderten Form erstmalig von BURGERS [37] bei der vereinfachten Beschreibung der Strömung viskoser Flüssig-

keiten in die physikalische Literatur eingeführt und später wegen ihrer Bedeutung von COLE [38] und von HOPF [39] ausführlich untersucht. Von diesen Autoren wurde eine allgemeine Lösung angegeben und ihre Konvergenz für $B = 0$ gegen die unstetige Lösung der verlustfreien Differentialgleichung nachgewiesen. Nach BLACKSTOCK [40] beschreibt (3.50) auch die viskos gedämpfte Ausbreitung ebener periodischer Schallwellen. Dieses Problem ist wegen der periodischen Anfangsbedingungen vergleichbar mit der hier behandelten periodisch erregten elektromagnetischen Wellenausbreitung.

Die Lösung der Gleichung (3.50) lautet nach [39]

$$u(s, \varphi) = -\frac{2B}{\delta} \frac{\sum_{k=1}^{\infty} I_k\left(-\frac{\delta}{B}\right) \sin(k\varphi) \cdot \exp\left(-k^2 \frac{B}{2\delta} s\right) k}{I_0\left(-\frac{\delta}{B}\right) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_k\left(-\frac{\delta}{B}\right) \cos(k\varphi) \cdot \exp\left(-k^2 \frac{B}{2\delta} s\right)} \quad (3.51)$$

mit I_k , der modifizierten Besselfunktion k -ter Ordnung [35]. Die Herleitung von (3.51) nach der HOPF-Methode wird im Anhang A2 angegeben.

Folgende Eigenschaften der Lösung (3.51) sind wichtig:

(3.51) gibt für den eingeschwungenen, reflexionsfreien Zustand den Spannungsverlauf längs der Leitung exakt wieder [39], [40].

(3.51) ist als Quotient zweier 2π -periodischer Fourierreihen selbst wieder als 2π -periodische Fourierreihe darstellbar und kann als solche keine Mehrdeutigkeitsbereiche besitzen, wohl aber an einzelnen Punkten mehrdeutig, d.h. unstetig sein.

(3.51) geht für verschwindende Substratverluste $B \rightarrow 0$ in eine an den Zeitpunkten $\varphi = n\pi$, $n = 0, 2, 4, \dots$, unstetige, schließlich sägezahnförmige Funktion über, die identisch ist mit der in Kapitel 3.2 eindeutig bestimmten Lösung des Grenzfalles $A \rightarrow 0$, $B = 0$. Diese Grenzwertbetrachtung ist schwierig, weil Zähler und Nenner von (3.51) aus einer alternierenden Reihe bestehen, deren einzelne Glieder sehr groß gegenüber der Reihensumme werden und deshalb schlecht konvergieren [40].

(3.51) ist nur für den Grenzwert $B = 0$ an den Zeitpunkten $\varphi = n\pi$, mit $n = 0, 2, 4, \dots$, unstetig, besitzt dort also eine Wellenfront mit vertikaler Tangente. Für wachsende Parameter $B/2\delta$ nimmt die Steigung der Wellenfront monoton ab (vgl. hierzu Bild 3.5). Dieses Verhalten befindet sich - anders als die Lösung (3.19) für $A \neq 0$, $B = 0$ - in Übereinstimmung mit der physikalischen Überlegung, nach der sich ein unstetiger Spannungsverlauf nicht ausbilden kann, weil irgendein Relaxationsmechanismus - im Ersatzschaltbild durch den Bahnwiderstandsbelag dargestellt - die unendlich schnelle Umladung des nichtlinearen Kapazitätsbelags verhindert.

(3.51) geht für verschwindende nichtlineare Aussteuerung $\delta \rightarrow 0$ in das örtlich exponentiell gedämpfte Erregersignal

$$u(x, \varphi) = \sin \varphi e^{-\frac{B}{2}x} \quad (3.52)$$

über, das mit der Lösung derjenigen Differentialgleichung identisch ist, die für den Grenzfall $\delta \rightarrow 0$ aus (3.50) folgt.

Bei der numerischen Berechnung der Funktionswerte der Lösung (3.51) entstehen wegen der alternierenden Nenner- und Zählerreihen für sehr kleine Verluste, $B/2\delta \lesssim 0,05$,

Schwierigkeiten. Die Funktion konvergiert dann nur, wenn sehr viele Reihenglieder zur Berechnung herangezogen werden und mit erhöhter Genauigkeit gerechnet wird. Aus dem Funktionsverlauf für die Parameterwerte $B/2\delta > 0,05$ läßt sich aber recht genau auf den kleinen, besonders verlustarmen Wertebereich $B/2\delta \leq 0,05$ schließen, weil die Lösung für den Grenzwert $B \rightarrow 0$ bekannt ist.

3.4 Vergleich der Lösungen der Sonderfälle

Die Gegenüberstellung der Lösungen für die beiden Sonderfälle vernachlässigbarer Substratverluste und vernachlässigbarer Leiterverluste gestattet es, den unterschiedlichen Einfluß der beiden Verlustanteile A,B auf die Wellenausbreitung längs der Schottky-Kontakt-Leitung zu diskutieren. In Bild 3.4 und 3.5 sind zu diesem Zweck numerisch gewonnene Funktionswerte der Lösungen $u(s,A,0)$ und $u(s,0,B)$ nach Gleichung (3.14) und (3.51) über einer halben Zeitperiode $0 \leq \varphi \leq \pi$ für den Fall kleiner Leiterverluste bzw. kleiner Substratverluste aufgetragen. Parameter ist der Ort s.

Sind nur Leiterverluste vorhanden, Bild 3.4, so wird die bei $\varphi = 0$ einlaufende Wellenflanke, die sogenannte Wellenfront, mit wachsendem Abstand vom Leitungsanfang immer steiler, vom Schockeinsetzort an besitzt sie eine vertikale Tangente. Die Welle nimmt bald danach einen exponentiell gedämpften sägezahnförmigen Verlauf an.

Sind nur Bahnverluste vorhanden, Bild 3.5, so steilt sich die Wellenfront auch auf, besitzt bei $s \approx 1,5$ die größte Steigung, flacht anschließend wieder ab und nimmt weit vom Leitungsanfang entfernt wieder eine etwa sinusförmige Gestalt an. Eine vertikale Tangente bildet sich aber nicht aus. Mit dem Aufsteilen der Wellenfront ist eine verstärkte Abnahme der Amplitude verbunden: Während ein immer größerer

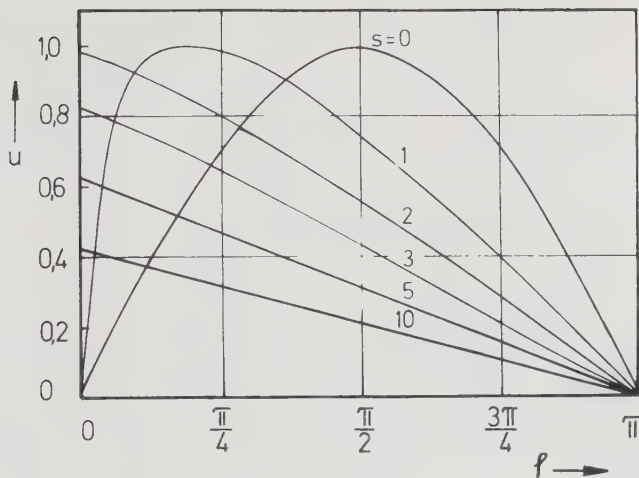


Bild 3.4: Spannung $u(s, \varphi; A, 0)$ als Funktion der retardierten Zeit; Parameter ist der Ort s ; ($A/2\delta=0,1$; $B/2\delta=0$)

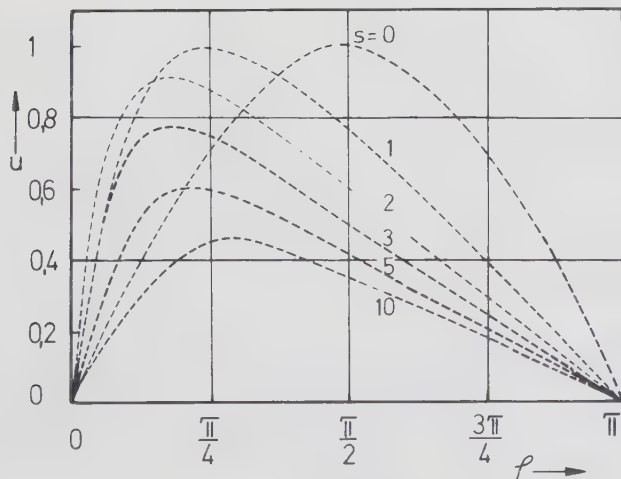


Bild 3.5: Spannung $u(s, \varphi; 0, B)$ als Funktion der retardierten Zeit; Parameter ist der Ort s ; ($A/2\delta=0$; $B/2\delta=0,1$)

Anteil der transportierten Gesamtleistung in die Harmonischen des Erregersignales überführt wird, nimmt die Dämpfung des Gesamtsignals stark zu. Eine stationäre Wellenform mit ein und derselben ortsabhängigen Dämpfungsfunktion für alle Harmonischen stellt sich längs der Leitung nicht ein. Die Lösung $u(s,0,B)$ unterscheidet sich hierin von der sägezahnförmigen Funktion, in die die Lösung $u(s,A,0)$ nach dem Schockeinsetzort übergeht.

Um einen genaueren Einblick in den örtlichen Verlauf der Wellenverformung zu erhalten, wurde das Amplitudenspektrum $u_k(s,A,0)$ der Lösung $u(s,\varphi;A,0)$ und das Amplitudenspektrum $u_k(s,0,B)$ der Lösung $u(s,\varphi;0,B)$ als Funktion des Ortes s für verschiedene Parameterpaare $(A/2\delta;0)$ bzw. $(0;B/2\delta)$ berechnet. Bei der Durchführung der Harmonischen Analyse - verwendet wurde die Fortran-Subroutine FORIT [36] - wurden alle Harmonischen einschließlich der zehnten berücksichtigt. Fehler, die durch Vernachlässigung aller höherfrequenten Signalanteile entstehen, sind höchstens proportional zu δ^{10} und somit sehr klein.

In Bild 3.6 ist die Amplitude der ersten Harmonischen dargestellt und in den Bildern 3.7, 3.8 und 3.9 die Amplituden der zweiten, dritten und vierten Harmonischen, jeweils als Funktion des Ortes s . Die durchgezogenen Kurven gelten für $u_k(s,A,0)$ und die gestrichelten für $u_k(s,0,B)$.

Folgende Gemeinsamkeiten lassen sich den Bildern 3.6 bis 3.9 entnehmen:

Während die Amplitude der ersten Harmonischen abnimmt, nehmen die Amplituden aller weiteren Harmonischen zu, erreichen ein Maximum zwischen $0 < s < 2$ und nehmen anschließend infolge Verluste und Energietransfer in höhere Harmonische langsam ab.

Die Amplituden der k -ten Harmonischen sind an jedem beliebigen Ort kleiner als die Amplituden der entsprechenden $(k-1)$ -ten Harmonischen.

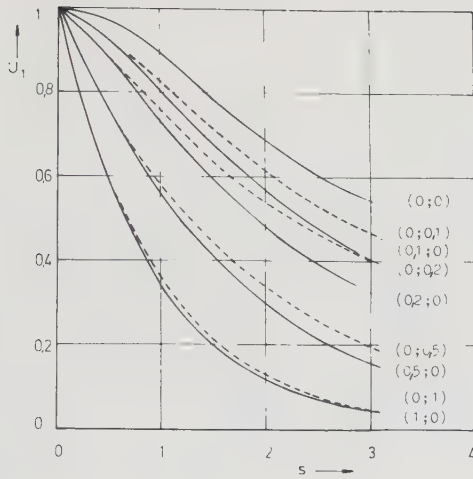


Bild 3.6: Amplitude der ersten Harmonischen als Funktion des Ortes; —: $u_1(s, A, 0)$, Parameter $(A/2\delta; 0)$; ----: $u_1(s, 0, B)$, Parameter $(0; B/2\delta)$

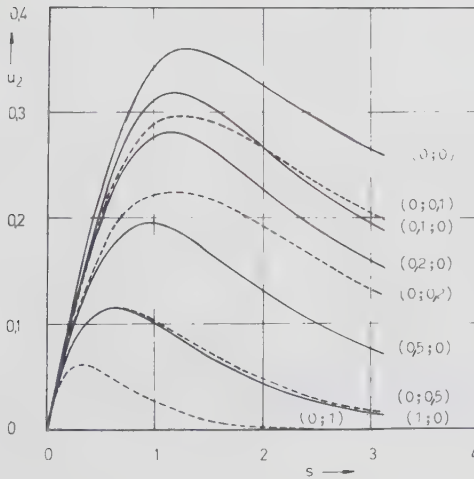


Bild 3.7: Amplitude der zweiten Harmonischen als Funktion des Ortes; —: $u_2(s, A, 0)$, Parameter $(A/2\delta; 0)$; ----: $u_2(s, 0, B)$, Parameter $(0; B/2\delta)$

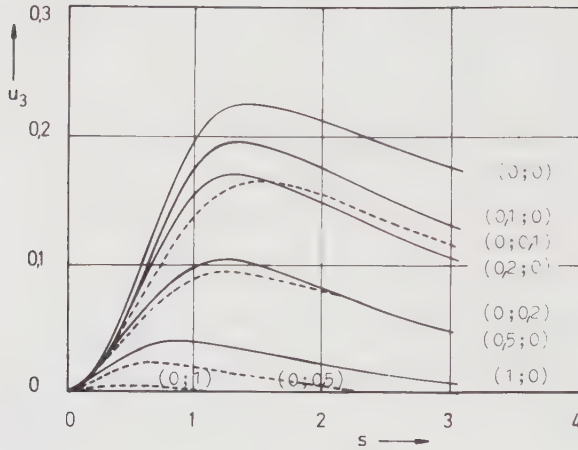


Bild 3.8: Amplitude der dritten Harmonischen als Funktion des Ortes; —: $u_3(s, A, 0)$, Parameter $(A/2\delta; 0)$; ----: $u_3(s, 0, B)$, Parameter $(0; B/2\delta)$

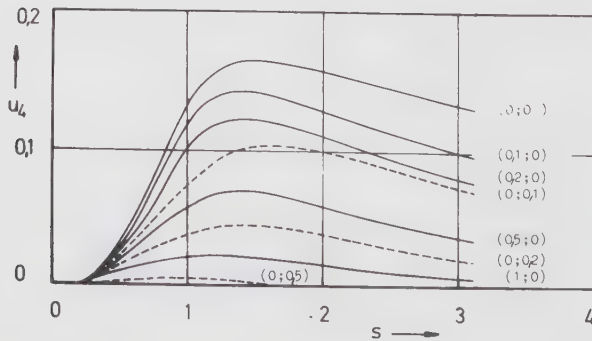


Bild 3.9: Amplitude der vierten Harmonischen als Funktion des Ortes; —: $u_4(s, A, 0)$, Parameter $(A/2\delta; 0)$; ----: $u_4(s, 0, B)$, Parameter $(0; B/2\delta)$

Mit wachsenden Verlusten A,B nimmt die k-te Harmonische insgesamt ab.

Nur die zweite Harmonische, u_2 , entsteht mit endlicher Steigung am Leitungsanfang, alle weiteren Harmonischen entstehen mit der Steigung Null. (Anhand der entsprechenden Differentialgleichungen (3.13) bzw. (3.50) und der zugehörigen Randbedingungen läßt sich diese Feststellung leicht nachprüfen).

Folgende Unterschiede bestehen in den Amplitudenverläufen der Bilder 3.6 bis 3.9:

Die Amplituden $u_k(s,0,B)$ sind vom Leitungsanfang bis zu ihren Maxima kleiner als die Amplituden $u_k(s,A,0)$.

Die Amplituden $u_k(s,0,B)$ bleiben bei großen Verlusten A,B wesentlich unter den Amplituden $u_k(s,A,0)$.

Die Amplituden $u_k(s,0,B)$ werden bei großem Index k wesentlich früher durch die Substratverluste B an ihrem weiteren Anwachsen gehindert als die Amplituden $u_k(s,A,0)$ durch gleichgroße Leiterverluste A.

Die Amplituden $u_k(s,0,B)$ nehmen nach ihren Maxima langsamer ab als die Amplituden $u_k(s,A,0)$. Die gestrichelten Kurven können daher die ausgezogenen Kurven schneiden. Der Schnittpunkt entfernt sich mit wachsenden Verlusten immer weiter vom Leitungsanfang.

Der Vollständigkeit halber sind in Bild 3.10 für beide Lösungen (3.14) und (3.51) die Maximalwerte u_{km} der Amplituden u_k als Funktion von $A/2\delta$ bzw. $B/2\delta$, für $k = 2,3,4$, aufgetragen. Die Lösungen unterscheiden sich in dieser Darstellung deutlich: Die Maxima $u_{km}(A/2\delta; 0)$ liegen über den Maxima $u_{km}(0; B/2\delta)$; für wachsende Verluste und für wachsenden Index k wird dieser Unterschied immer größer.

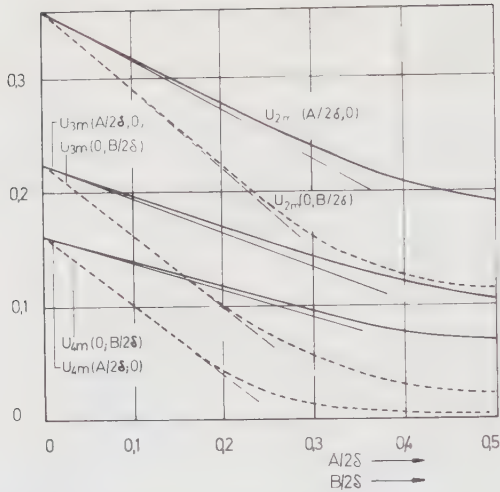


Bild 3.10: Maxima der Amplituden u_k , $k=2,3,4$, als Funktion der auf den Kapazitätshub bezogenen Verluste

Für kleine bezogene Verluste lassen sich dem Bild 3.10 folgende, dünn eingetragene, lineare Näherungen für die Amplitudenmaxima entnehmen:

$$u_{2m}(A/2\delta; 0) = 0,36 \left(1 - 1,1 \frac{A}{2\delta}\right)$$

$$u_{3m}(A/2\delta; 0) = 0,22 \left(1 - 1,2 \frac{A}{2\delta}\right) \quad (3.53)$$

$$u_{4m}(A/2\delta; 0) = 0,18 \left(1 - 1,4 \frac{A}{2\delta}\right),$$

bzw.:

$$u_{2m}(0; B/2\delta) = 0,36 \left(1 - 1,9 \frac{B}{2\delta}\right)$$

$$u_{3m}(0; B/2\delta) = 0,22 \left(1 - 2,8 \frac{B}{2\delta}\right) \quad (3.54)$$

$$u_{4m}(0; B/2\delta) = 0,18 \left(1 - 3,8 \frac{B}{2\delta}\right)$$

3.5 Lösung für große Substrat- und Leiterverluste

Sind beide Verlustanteile A und B von Null verschieden, so kann die Näherungs-Differentialgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial s} - u \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{A}{2d} u - \frac{B}{2d} \frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} = 0 \quad (3.55)$$

$$u(0, \rho) = \sin \rho$$

nicht weiter vereinfacht werden. Eine geschlossene Lösung ist nicht möglich. Nur mit Näherungsmethoden läßt sich ein Überblick über den Spannungsverlauf gewinnen.

Mit numerischen Verfahren ist die zweiparametrische Lösungsschar $u(s, \rho; A/2d, B/2d)$ der Gleichung (3.55) mit großer Genauigkeit herstellbar. Da aber schon bei der Herleitung des Ersatzschaltbildes und der Differentialgleichung (3.55) lediglich eine Näherung erster Ordnung angestrebt wurde, lohnt dieser Aufwand nicht.

Der bisherigen Betrachtungsweise ist eine Lösung in Form einer Störungsrechnung angemessen. Die Genauigkeit des Verfahrens kann durch die Anzahl der berücksichtigten Störglieder so groß gewählt werden, daß die bisher erzielte Genauigkeit eingehalten bleibt, unnötiger Rechenaufwand aber vermieden wird. Ein weiterer Vorteil des Verfahrens liegt in der analytischen Gestalt der Lösung, aus der sich der Einfluß der bezogenen Verluste $A/2d$ und $B/2d$ unmittelbar ablesen läßt.

Bei realen Schottky-Kontakt-Leitungen liegt der Wert der Summe der Verluste $(A+2B)$, der für die weitere Betrachtung eine maßgebliche Rolle spielt, nie wesentlich unter 0,2. Der Kapazitätshub kann andererseits auch nicht wesentlich über den Wert 0,2 ansteigen, entsprechend seiner Definition (3.4f). Aus diesem Grund genügen die bezogenen Verluste

$A/2\delta$ und $B/2\delta$ in den meisten Fällen der Ungleichung

$$\frac{A}{2\delta} + 2 \frac{B}{2\delta} \gtrsim 0,5 \quad (3.56)$$

Eine Störungsrechnung, in der die ungestörte Lösung $u_{(0)}$ den durch A und B gedämpften Spannungsverlauf längs der linearen Leitung wiedergibt und der nichtlineare Effekt die Störung darstellt, konvergiert dann schon nach wenigen Störgliedern. Unter Verwendung des Kapazitätshubs δ als Störparameter lautet der Störansatz [41]:

$$u = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i u_{(i)} \quad (3.57)$$

$u_{(i)}$ bezeichnet hierin die Teilspannung zum Koeffizienten δ^i , für $i = 0, 1, 2, 3, \dots$

Wird der Ansatz (3.57) in die Differentialgleichung (3.55) eingesetzt und werden dann alle Terme nach Potenzen in δ^i geordnet, so ergibt sich durch Koeffizientenvergleich in δ^i folgendes gekoppelte System linearer Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{(0)}}{\partial s} + \frac{A}{2\delta} u_{(0)} - \frac{B}{2\delta} \frac{\partial^2 u_{(0)}}{\partial \varphi^2} &= 0 \\ \frac{\partial u_{(1)}}{\partial s} + \frac{A}{2\delta} u_{(1)} - \frac{B}{2\delta} \frac{\partial^2 u_{(1)}}{\partial \varphi^2} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi} u_{(0)}^2 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \frac{\partial u_{(i)}}{\partial s} + \frac{A}{2\delta} u_{(i)} - \frac{B}{2\delta} \frac{\partial^2 u_{(i)}}{\partial \varphi^2} &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left\{ \sum_{n=0}^i u_{(n)} u_{(i-1-n)} \right\} \end{aligned} \quad (3.58)$$

Die zugehörige Anfangsbedingung $u(0, \varphi)$ lautet in der durch den Ansatz (3.57) vorgegebenen Form

$$u(0, \varphi) = u_{(0)}(0, \varphi) + \delta u_{(1)}(0, \varphi) + \delta^2 u_{(2)}(0, \varphi) + \dots \quad (3.59)$$

mit

$$u_{(i)}(0, \varphi) = \begin{cases} \sin \varphi & i=0 \\ 0 & i \neq 0 \end{cases} \quad (3.60)$$

Zur weiteren Behandlung dieses Systems wird nun die allgemeine Lösung $u(s, \varphi)$ als Fourierreihe in φ dargestellt:

$$u(s, \varphi) = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i u_{(i)} = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(s) \sin(k\varphi), \quad (3.61)$$

in der jeder Amplitudenkoeffizient u_k von allen Teilspannungen $u_{(i)}$ Beiträge $u_{(i)k}$ enthält

$$u_k = u_k(s, \delta) = \sum_{i=0}^{\infty} \delta^i u_{(i)k}, \quad (3.62)$$

so daß sich durch einen Koeffizientenvergleich die zu δ^i proportionale Teilspannung $u_{(i)}$ aus (3.61) und (3.62) in folgender Gestalt ergibt:

$$u_{(i)} = \sum_{k=1}^{i+1} u_{(i)k} \sin(k\varphi) \quad i=0, 1, 2, \dots \quad (3.63)$$

Wird dieser Ausdruck in die i -te Differentialgleichung des Systems (3.58) eingesetzt und die Differentialgleichung anschließend einer Fourierreihe mit den Koeffizienten $a_{(i)k}$ gleichgesetzt,

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{\partial}{\partial s} u_{(i)k} + \left(\frac{A}{2\delta} + k^2 \cdot \frac{B}{2\delta} \right) u_{(i)k} \right] \sin(k\rho) =$$

(3.64)

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \rho} \sum_{n=0}^{i-1} u_{(n)} u_{(i-1-n)} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{(i)k} \sin(k\rho),$$

$$i = 0, 1, 2, \dots,$$

so folgt aus einem weiteren Koeffizientenvergleich für jede partielle Differentialgleichung (3.64) ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung für die Koeffizienten $u_{(i)k}$:

$$\frac{d}{ds} u_{(i)k}(s) + \left(\frac{A}{2\delta} + k^2 \cdot \frac{B}{2\delta} \right) u_{(i)k}(s) = a_{(i)k}(s) \quad (3.65)$$

Eine Integration dieser Gleichung liefert für die gesuchten Koeffizienten $u_{(i)k}$ schließlich folgenden Ausdruck [42]:

$$u_{(i)k} = \exp\left(-\frac{A}{2\delta}s - k^2 \frac{B}{2\delta}s\right) \left\{ u_{(i)k}(0) + \int_0^s a_{(i)k}(\eta) e^{\left(\frac{A}{2\delta} + k^2 \frac{B}{2\delta}\right)\eta} d\eta \right\}$$

(3.66)

Mit der Anfangsbedingung

$$u_{(i)k}(0) = \begin{cases} 1 & \text{für } (i)k = 01 \\ 0 & (i)k \neq 01, \end{cases} \quad (3.67)$$

die unmittelbar aus (3.60) folgt, lassen sich die zur Auswertung benötigten Koeffizienten $a_{(i)k}$ aus den schon bekannten Spannungen u_n und u_{n-1} , mit $0 \leq n \leq i-1$, entsprechend Gl. (3.64) bestimmen. Alle $a_{(0)k}$ ergeben sich hieraus zu Null.

Entsprechend dem entwickelten Lösungsweg sollen nun die ersten Teilamplituden $u_{(i)k}$ berechnet werden, um einen Überblick über die Lösung (3.57) zu gewinnen.

$i = 0$: Da alle $a_{(0)k} = 0$ sind, ergibt sich aus (3.66) wegen (3.67):

$$u_{(0)k} = \begin{cases} \exp(-\frac{A}{2\delta}s - \frac{B}{2\delta}s) & \text{für } k=1 \\ 0 & k \neq 1 \end{cases} \quad (3.68)$$

Aus (3.63) folgt daher erwartungsgemäß als Grundlösung $u_{(0)}$ der Störungsrechnung die Lösung des linearen, gedämpften Sonderfalls:

$$u_{(0)} = \sin \varphi \cdot \exp(-\frac{A}{2\delta}s - \frac{B}{2\delta}s) \quad (3.69)$$

$i = 1$: Aus $u_{(0)}$ kann nun entsprechend (3.64) der Koeffizient $a_{(1)k}$ bestimmt werden:

$$a_{(1)k} = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp(-2\frac{A}{2\delta}s - 2\frac{B}{2\delta}s) & \text{für } k=2 \\ 0 & k \neq 2 \end{cases} \quad (3.70)$$

Aus (3.66) ergibt sich daher zusammen mit (3.67) und (3.70) der Koeffizient $u_{(1)k}$:

$$u_{(1)k} = \begin{cases} \exp(-\frac{A}{2\delta}s - 4\frac{B}{2\delta}s) \cdot \frac{1 - \exp(-\frac{A}{2\delta}s + 2\frac{B}{2\delta}s)}{A - 2B} & k=2 \\ 0 & k \neq 2, \end{cases} \quad (3.71)$$

und die Teilspannung $u_{(1)}$ lautet:

$$u_{(1)} = u_{(1)2} \sin(2\varphi) \quad (3.72)$$

In analoger Weise werden für $i = 2, 3$ die Koeffizienten $u_{(2)k}$ und $u_{(3)k}$ berechnet. Sie sind im Anhang A3 aufgelistet. Die entsprechenden Teilspannungen $u_{(2)}$ und $u_{(3)}$ lauten unter Verwendung der dort hergeleiteten Koeffizienten:

$$u_{(2)} = u_{(2)1} \sin \varphi + u_{(2)3} \sin(3\varphi) \quad (3.73)$$

$$u_{(3)} = u_{(3)2} \sin(2\varphi) + u_{(3)4} \sin(4\varphi)$$

Die durch Störungsrechnung gewonnene Näherungslösung lautet also einschließlich ihrer Glieder in δ^3 :

$$u = \sum_{k=1}^4 u_k \sin(k\varphi) + O(\delta^4), \quad (3.74)$$

mit den Koeffizienten u_k :

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_{(0)1} + \delta^2 u_{(2)1} \\ u_2 &= \delta u_{(1)2} + \delta^3 u_{(3)2} \\ u_3 &= \delta^2 u_{(2)3} \\ u_4 &= \delta^3 u_{(3)4} \end{aligned} \right\} + O(\delta^4) \quad (3.75)$$

Nach (3.75) ist die Amplitude u_k proportional zu einem Term δ^{k-1} und zu Zusatzgliedern der Ordnung δ^{k-1+n} , mit $n = 1, 2, 3, \dots$. Die höherfrequenten Signalanteile entstehen also mit immer kleinerer Amplitude, eine Tatsache, die aus

den Ergebnissen der vorangegangenen Abschnitte schon bekannt ist (vgl. z. B. Bild 3.3).

Zur Abschätzung des Kurvenverlaufs $u_k(s)$ ist noch die Maximalamplitude $u_{km}(A/2\delta; B/2\delta)$ und der Ort $s_{km}(A/2\delta; B/2\delta)$ des Maximums von Wichtigkeit. Für die zweite Harmonische lassen sich bei Beschränkung auf Glieder in δ und δ^2 diese Größen näherungsweise aus Gleichung (3.75) und (3.71) gewinnen. Aus der Bedingung

$$\left. \frac{du_2}{ds} = \frac{d}{ds} \left[\delta u_{(1)2} + O(\delta^3) \right] \right|_{s=s_{2m}} = 0 \quad (3.76)$$

folgt der Ort des Maximums

$$s_{2m} \approx \frac{2}{A-2B} \ln\left(1 + \frac{A-2B}{A+4B}\right) \quad (3.77)$$

und damit die Maximalamplitude

$$u_{2m} = u_2(s_{2m}) \approx \frac{3\delta}{4e(A+2B)} (1 - 0,12p), \quad (3.78)$$

mit dem Korrekturterm

$$p = \frac{8AB}{(A+2B)^2} \leq 1 \quad (3.79)$$

Auffallenderweise gehen in die Maximalamplitude u_{2m} die Substratverluste B mit dem doppelten Gewicht ein wie die Leiterverluste A .

Um die Konvergenz der Störungsrechnung abschätzen zu können, wurde die Amplitude u_2 für drei spezielle Wertepaare $A/2\delta$ und $B/2\delta$ auch numerisch berechnet: Die

Differentialgleichung (3.55) wurde mit Hilfe des Fourier-reihenansatzes (3.61) in ein gekoppeltes System von k gewöhnlichen Differentialgleichungen für die Amplituden $u_k(s)$ umgewandelt; anschließend wurde dieses System schrittweise für diskrete Orte $m \cdot \Delta s$, $m = 0, 1, 2, \dots$, gelöst, Schrittweite Δs und Anfangsbedingungen $u_k(0)$ waren vorgegeben.

In Bild 3.11 werden die numerisch gewonnenen Kurven (durchgezogene Linien) mit den Ergebnissen der Störungsrechnung - mit der Lösung $u_2 = \delta u_{(1)2} + O(\delta^3)$ nach (3.71) (gestrichelte Linien) und mit der um ein Störglied verbesserten Lösung $u_2 = \delta u_{(1)2} + \delta^3 u_{(3)2} + O(\delta^5)$ (strichpunktierte Linien) - verglichen.

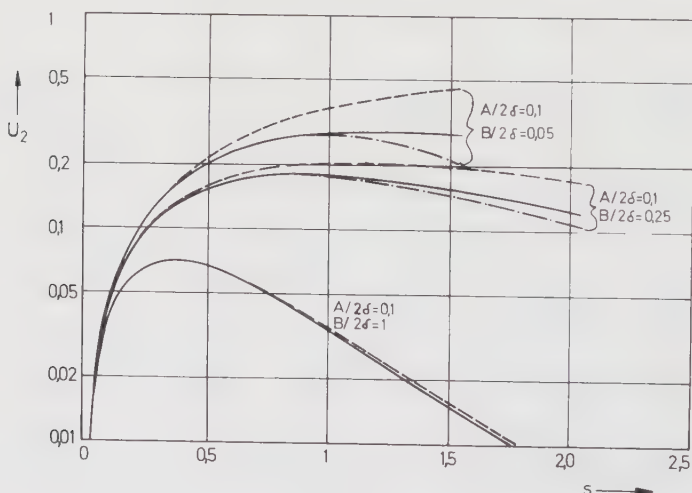


Bild 3.11: Zur Konvergenz der Störungsrechnung;
 —: u_2 , numerisch berechnet;
 ----: $u_2 = \delta u_{(1)2} + O(\delta^3)$;
 -.-.-: $u_2 = \delta u_{(1)2} + \delta^3 u_{(3)2} + O(\delta^5)$

Die untersten Kurven gelten für $A/2\delta = 0,1$, $B/2\delta = 0,85$, also für relativ große Substratverluste. Die Genauigkeit der Störungsrechnung ist hier sehr groß, schon der zu δ proportionale Term gibt den exakten Verlauf gut wieder. Die mittleren Kurven gelten für $A/2\delta = 0,1$, $B/2\delta = 0,25$. Auch hier beträgt der Fehler der Störungsrechnung nur wenige Prozent, besonders wenn neben $\delta u_{(1)2}$ noch der zu δ^3 proportionale Term hinzugenommen wird. Die oberen Kurven gelten für $A/2\delta = 0,1$, $B/2\delta = 0,05$, also für sehr kleine Verluste. Der Wertebereich, der nach Gleichung (3.56) eine rasche Konvergenz des Verfahrens garantiert, ist nicht mehr eingehalten, die Konvergenz ist bei nur zwei Störgliedern entsprechend schlecht.

3.6 Lösung für kleine Substrat- und Leiterverluste

Der Fall sehr kleiner bezogener Verluste

$$\left(\frac{A}{2\delta} + 2\frac{B}{2\delta}\right) < 0,5 \quad (3.80)$$

ist für Schottky-Kontakt-Leitungen von relativ geringem Interesse; denn auch bei optimaler Dimensionierung liegen die bezogenen Verluste über dieser angegebenen Schranke (vgl. hierzu Kap. 3.7). Eine Störungsrechnung muß in diesem Fall von der nichtlinearen, verlustfreien Lösung ausgehen, Störparameter sind die bezogenen Verluste $A/2\delta$ und $B/2\delta$. Ein solcher Ansatz führt auf ein gekoppeltes System gewöhnlicher Differentialgleichungen, welches sich nur numerisch lösen läßt. Die numerische Lösung der Differentialgleichung (3.55) auf direktem Weg erfordert keinen wesentlich größeren Aufwand und ist deshalb der Störungsrechnung vorzuziehen.

Die Amplitudenmaxima $u_{km}(A/2\delta; B/2\delta)$ lassen sich dagegen aus den Lösungen der in den Kapiteln 3.3 und 3.4 behandelten

Sonderfälle ohne zusätzliche Rechnung gewinnen: Sind die Leiter- und Substratverluste klein, so unterliegen die Maxima $u_{km}(0;0)$ des verlustfreien Falles nun gleichzeitig beiden Verlusteinflüssen, denen die Maxima $u_{km}(A/2\delta; 0)$ und $u_{km}(0; B/2\delta)$ einzeln unterliegen. Die Maxima lauten also in Analogie zu den Gleichungen (3.53) und (3.54)

$$u_{2m}(A/2\delta; B/2\delta) = 0,36(1 - 1,1\frac{A}{2\delta} - 1,9\frac{B}{2\delta})$$

$$u_{3m}(A/2\delta; B/2\delta) = 0,226(1 - 1,3\frac{A}{2\delta} - 2,8\frac{B}{2\delta}) \quad (3.81)$$

$$u_{4m}(A/2\delta; B/2\delta) = 0,18(1 - 1,4\frac{A}{2\delta} - 3,8\frac{B}{2\delta})$$

Die Kenntnis der Maxima reicht in den meisten Fällen aus, den Verlauf der Amplituden u_k für alle Orte s abzuschätzen, weil der Kurventyp von $u_k(s; A/2\delta; B/2\delta)$ demjenigen des verlustfreien Falls entspricht.

3.7 Dimensionierung der Schottky-Kontakt-Leitung

Nach den Ausführungen der letzten Kapitel gehen in die Maximalamplituden u_{2m} und u_{3m} die bezogenen Verluste etwa in der Form $(A/2\delta + 2B/2\delta)$ ein. Frequenzverdopplung und -verdreifachung erreichen ihren größtmöglichen Wirkungsgrad, wenn dieser Verlustterm durch geeignete Dimensionierung der Schottky-Kontakt-Leitung zu einem Minimum gemacht wird.

Werden die Verluste A und B durch die Definitionen (3.5c) und (3.5f) ersetzt, so lautet die Dimensionierungsvorschrift für die Schottky-Kontakt-Leitung

$$\frac{1}{2\sigma}(A+2B) = \quad (3.82)$$

$$\frac{1}{2\sigma} \left\{ \frac{1}{l} \left[\frac{2S_M}{\mu_0 \omega_0} \right]^{\frac{1}{2}} + 2\omega_0 \left[\frac{\mu_0 \sigma l^2}{3} + 1 \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2\sigma b_n (U+U_D)} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} = \text{Min!}$$

In dieser Gleichung können nur die Leitfähigkeit σ und die Substrathöhe l als unabhängige Variablen aufgefaßt werden. Die Größen b_n , ϵ_r , U_D und S_M sind durch die Wahl des Halbleiters und der Kontaktmetalle festgelegt. Die Vorspannung $U+U_D$ soll möglichst klein sein, damit der Kapazitätshub im Nenner von (3.82) möglichst groß ist, sie darf die Erregeramplitude $\hat{U}$ aber nicht unterschreiten, damit eine Aussteuerung in den verlustreichen Durchlaßbereich des Schottky-Kontakts unterbleibt. Die Betriebsfrequenz ω_0 wird vorgegeben.

Die Dimensionierungsvorschrift (3.82) liefert für die Variablen l und σ zwei Bedingungen

$$\frac{\partial}{\partial l}(A+2B) = 0 \quad (3.83)$$

und

$$\frac{\partial}{\partial \sigma}(A+2B) = 0, \quad (3.84)$$

die nach einigen elementaren Umformungen auf folgende Beziehungen für die "optimale" Leitfähigkeit $\sigma_{\min}$ und die "optimale" Substrathöhe $l_{\min}$ führen:

$$\sigma_{\min} \approx 2,7 \omega_0^{\frac{3}{7}} S_M^{-\frac{1}{7}} \cdot \left[\frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\mu_0 2 b_n (U+U_D)} \right]^{\frac{1}{7}} \quad (3.85)$$

$$l_{\min} \approx \frac{3 \sqrt[3]{\epsilon_0 \epsilon_r}}{\mu_0 \sigma_{\min}^{\frac{3}{2}} (2 b_n (U+U_D))^{\frac{1}{2}}} \quad (3.86)$$

In Bild 3.12 sind diese Beziehungen dargestellt für n-leitendes Silizium und für Aluminium-Kontakte, mit den Daten $b_n = 1200 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\epsilon_r = 11,7$, $U_D = 0,5 \text{ V}$ und $S_M = 30 \cdot 10^{-7} \Omega \text{cm}$. Als Funktion der Erregerfrequenz f_o stellen die gestrichelten Kurven die Leitfähigkeit $\sigma_{\min}$ und die durchgezogenen Kurven die Substrathöhe $l_{\min}$ dar. Parameter ist die Vorspannung U . Mit wachsender Erregerfrequenz wird $\sigma_{\min}$ immer größer, $l_{\min}$ immer kleiner. Für Erregerfrequenzen $f_o > 10^{10} \text{ Hz}$ liegt die optimale Substrathöhe schon unter $10 \mu\text{m}$. Abmessungen dieser Größenordnung lassen sich durch Abätzen des Trägermaterials epitaxialer Halbleiterscheiben herstellen. Der technologische Aufwand wird allerdings sehr groß.

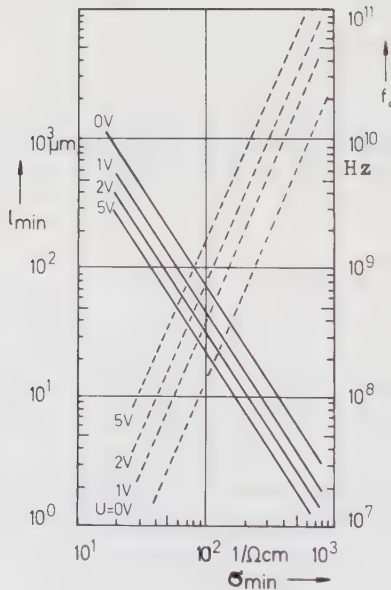


Bild 3.12: Optimale Leitfähigkeit (----) als Funktion der Frequenz; optimale Substratdicke (—) als Funktion der optimalen Leitfähigkeit; Parameter ist die Vorspannung

Substratverluste B, Leiterverluste A und das Amplitudenmaximum u_{2m} ergeben sich durch Einsetzen der beiden Dimensionierungsbedingungen (3.85) und (3.86) in die Gleichungen (3.5) und (3.78) in folgender Form:

$$B(l_{\min}, \sigma_{\min}) = 0,8 \cdot \sigma_M^{\frac{2}{7}} \cdot \left[\frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2\mu_0 (v + v_D) b_n} \right]^{\frac{1}{7}} \cdot \omega_0^{\frac{1}{7}} \quad (3.87)$$

$$A(l_{\min}, \sigma_{\min}) = \frac{8}{3} B(l_{\min}, \sigma_{\min}) \quad (3.88)$$

$$u_{2m}(l_{\min}, \sigma_{\min}) = 0,055 \delta B^{-1}(l_{\min}, \sigma_{\min}) \quad (3.89)$$

Diese Größen hängen nur noch sehr schwach von der Erregerfrequenz ab. Der Einfluß der Größen b_n und σ_M ist ebenfalls gering. Die Verluste optimal dimensionierter Leitungen lassen sich deshalb durch die Wahl anderer Substrathalbleiter und Kontaktmetalle nur unwesentlich verringern.

Günstiger wirkt sich dagegen der Betrieb der Schottky-Kontakt-Leitung bei stark reduzierter Temperatur aus. Bei der Temperatur des flüssigen Stickstoffs $T = 80K$ betragen z.B. Beweglichkeit b_n und Leitfähigkeit $\sigma_M = \sigma_M^{-1}$ der in Frage kommenden Halbleiter und Metalle etwa das 6 bis 8-fache, das Amplitudenmaximum u_{2m} folglich das 2,5-fache der Zimmertemperaturwerte. Hierauf wird im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht weiter eingegangen.

In Bild 3.13 sind die Substratverluste (durchgezogene Kurven) und die Maximalamplitude u_{2m} (gestrichelte Kurven) für "optimale" Dimensionierung als Funktion der Erregerfrequenz dargestellt. Zugrunde liegen die Daten des Siliziums und des Aluminiums bei Zimmertemperatur. Parameter sind die Vorspannung und der Kapazitätshub.

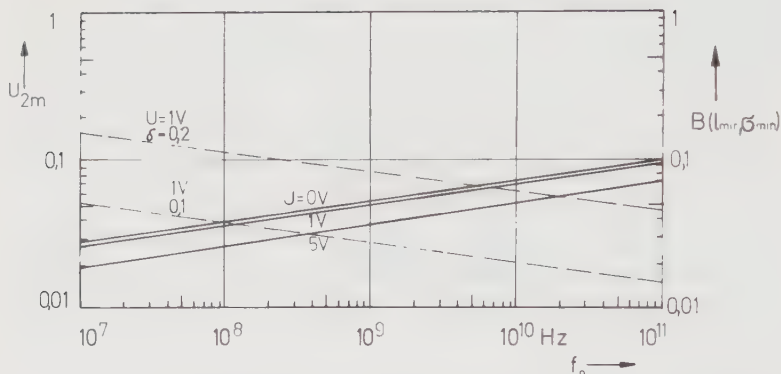


Bild 3.13: Substratverluste (—) und Maximum der Amplitude u_2 (---), bei optimaler Dimensionierung, als Funktion der Frequenz; Parameter ist die Vorspannung

Nach Bild 3.13 liegt die erreichbare Maximalamplitude der zweiten Harmonischen je nach Erregerfrequenz zwischen 5% und 10% der Erregeramplitude. Die Verluste B sind so klein, daß auch bei sehr hohen Frequenzen $f_0 \approx 10^{11}$ Hz die Grenze des Verzögerungsbereichs $B < 0,6$ sehr gut eingehalten ist.

4. Technologie der Schottky-Kontakt-Leitung

4.1 Allgemeine technologische Gesichtspunkte

Die Herstellung von Schottky-Kontakt-Leitungen mit kleinen Toleranzen der Leitungsparameter stellt hohe technologische Anforderungen. Einmal muß der sperrende Metall-Halbleiter-Kontakt homogene elektrische Eigenschaften über die gesamte Kontaktfläche besitzen. Außerdem sollen Leiterbreite, Substratdicke und Sperrschichtweite längs der Leitung möglichst konstant sein, um zusätzliche Reflexionen zu vermeiden.

Schottky-Kontakte mit homogenen elektrischen Eigenschaften sind nur herstellbar auf Halbleitern mit extrem hoher Oberflächengüte, geringer Versetzungsdichte und örtlich homogener Dotierung. Epitaxiale Si- oder GaAs-Scheiben in handelsüblicher Qualität erfüllen diese Voraussetzungen am besten. Doch eignen sich auch gewöhnliche Si-Einkristallscheiben, deren Oberflächen spiegelpoliert sind (z.B. mit Diamantpaste 0,3 µm oder mit LUSTROX 1200) und die anschließend angeätzt werden, um Poliermittelrückstände und Oberflächendamage zu entfernen. In dieser Arbeit wurde eine Beschränkung auf Si-Substrate vorgenommen, um die zeit- und erfahrungsintensive Probentechnologie in erträglichem Umfang zu halten. Wegen der höheren Beweglichkeit wird n-dotiertes Silizium dem p-dotierten Silizium vorgezogen.

Für die Leiterstreifen eignet sich nur ein Metall, welches sich bei der Herstellung von Schottky-Dioden auf Silizium schon bewährt hat, zusätzlich hohe Leitfähigkeit, gute Haftung, gute Ätzbarkeit besitzt und sich in Schichtdicken aufbringen läßt, die größer sind als die äquivalente Leitschichtdicke bei der Betriebsfrequenz. Diese Forderungen schließen sich teilweise gegenseitig aus. Gut haftende

Materialien wie Chrom, Molybdän, Wolfram oder Tantal scheiden wegen zu geringer Leitfähigkeit aus. Silber, Kupfer und Gold besitzen zwar eine hohe Leitfähigkeit, kommen aber als Sperrkontakte nicht in Betracht, weil sie bevorzugt in das Silizium hineindiffundieren und Langzeitdrift der Halbleitereigenschaften hervorrufen.

Im Rahmen der gegebenen technologischen Möglichkeiten lassen sich mit Aluminium die wichtigsten Forderungen an das Leiterstreifenmaterial erfüllen. Die besondere Eignung dieses Metalls für Schottky-Kontakte [43] wird durch gute Hafteigenschaften und hohe Leitfähigkeit ergänzt. Aluminium läßt sich zwar nicht galvanisch verstärken, doch sind die erforderlichen Leiterdicken bis zu ca. 5 μm auch durch sorgfältiges Flash-Verdampfen herstellbar. Lediglich die Ätzbarkeit ist unbefriedigend. Bei der Temperung des Sperrkontakts kristallisiert das Aluminium meist unterschiedlich aus. Ätzlösungen greifen dann das Metallgefüge verschieden schnell an. Teile der Leiterstreifen werden schon unterätzt, während andere Bereiche des großflächig aufgedampften Kontaktes erst geringen Ätzangriff zeigen. Im Fotoätzverfahren lassen sich deshalb die Linearabmessungen der Aluminium-Leiterstreifen nicht mit der gewünschten Genauigkeit festlegen. Die Form der Leiterstreifen wird daher durch Lochmasken festgelegt, die unmittelbar vor die Si-Scheiben gespannt sind, durch die das Silizium dann bedampft wird.

Ausgangsmaterial für Lochmasken bildet feinkristallines, ca. 30 μm dickes Stahlblech, in das im Fotoätzverfahren bis zu 100 μm schmale, ca. 42 mm lange Spalte geätzt werden. Eine Kantenschärfe - gegeben durch Dicke und Material der Lochmaske - von ca. 10 μm wurde als ausreichend betrachtet. Selbstverständlich kann durch verfeinerte Lochmaskentechnologie eine größere Maßhaltigkeit erreicht werden [44].

Bild 4.1a zeigt in etwa 100-facher Vergrößerung eine Aufsicht-Fotographie einer Schottky-Kontakt-Leitung, die nach dem angegebenen Verfahren hergestellt wurde. Deutlich erkennbar sind die Breitenschwankungen von ca. 10% der 120 μm breiten Leitung. Bild 4.1b stellt einen Ausschnitt aus Bild 4.1a dar und zeigt die Leiterkante in etwa 500-facher Vergrößerung.

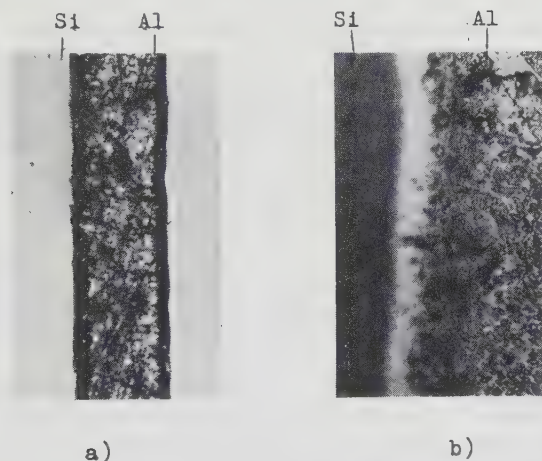


Bild 4.1: a) Aufsicht auf eine Schottky-Kontakt-Leitung (Vergrößerung 1:100);
b) Ausschnitt aus a): Leiterkante (Vergrößerung 1:500)

Als großflächiger Ohmscher Kontakt auf der Rückseite des Si-Substrats findet der legierte Gold-Antimon-Kontakt Verwendung. Dieser Kontakt besitzt den Vorteil, ohne Diffusionsprozesse herstellbar zu sein. Über ihn lag auch schon technologische Erfahrung vor, auf die unmittelbar zurückgegriffen werden konnte (vgl. Kap. 4.3).

Bei der Herstellung der Schottky-Kontakt-Leitungen laufen die einzelnen technologischen Schritte in folgender Reihenfolge ab:

1. Vorbehandeln der Probe, Reinigen der Oberflächen
2. Aufdampfen der Schottky-Kontakt-Streifen aus Aluminium durch Lochmasken
3. Tempern des Schottky-Kontakts bei 550°C , ca. 30 Minuten
4. Aufdampfen des Ohmschen (Au,Sb)-Kontakts, großflächig
5. Tempern des Ohmschen Kontakts bei 400°C , ca. 30 Minuten
6. Verstärken des einlegierten (Au,Sb)-Materials durch Aufdampfen einer dünnen Goldschicht
7. Galvanisches Verstärken der Goldschicht auf ca. $8\text{ }\mu\text{m}$.

Die beiden Temperschritte werden oft zusammengezogen. Es wird dann nach dem Aufdampfen beider Kontakte nur einmal bei 550°C getempert.

4.2 Technologie des Schottky-Kontakts

Als Vorbehandlung wird die Si-Scheibe in Azeton und in konzentrierter Flußsäure gereinigt, um organische Verunreinigungen und dünne SiO_2 -Schichten zu entfernen. Danach wird die Si-Scheibe in deionisiertem H_2O gespült und im Vakuum bei ca. 200°C getempert, um eventuell vorhandene Restgas- bzw. H_2O -Schichten zu beseitigen. Anschließend wird - ohne Zwischenbelüftung des Rezipienten - das Aluminium aus einem Molybdäntiegel bei einem Arbeitsdruck von etwa 10^{-5} Torr durch die Lochmaske auf die noch heiße Si-Oberfläche gedampft.

Die Si -Scheibe wird anschließend in Schutzgasatmosphäre etwa 30 Minuten getempert. Die Temperatur liegt etwa $50\text{--}100^{\circ}\text{C}$ unterhalb der Eutektikumstemperatur des Si-Al-

Gemisches, also zwischen 500 und 550°C [45]. Diese Temperatur ist zur Verbesserung der elektrischen Eigenschaften bei allen Kontaktmetallen notwendig, bei dem Al-Si-Kontakt wirkt sie sich aber besonders günstig aus. Nach YU u.a. [43] reduziert das Aluminium die nur wenige Atomlagen dicke SiO₂-Schicht, mit der sich die Si-Scheibe trotz sorgfältig erfolgter Oberflächenreinigung sofort wieder überzieht. Das Aluminium gelangt dadurch in unmittelbaren Kontakt zum Silizium.

Schottky-Dioden, die nach dem angegebenen Verfahren hergestellt werden, zeigen eine nahezu "ideale" Stromspannungskennlinie, eine Barrierenhöhe von 0,7eV und sehr geringen Sperrstrom. Die eigenen Messungen bestätigen diese Beobachtungen (vgl. Bild 5.1 und 5.2).

4.3 Technologie des Ohmschen Kontakts (Au,Sb)-n-Si

Die Vorbehandlung der Si-Oberfläche ist dieselbe wie bei der Aufbringung des Schottky-Kontakts: Die Si-Scheibe ist in Azeton und konzentrierter Flußsäure gereinigt, anschließend in deionisiertem Wasser gespült und im Vakuum bei 200°C getempert, bei einem Druck von etwa 10⁻⁵Torr. Anschließend wird aus einem Molybdän-Schiffchen das Gold-Antimon-Gemisch (99,2% Au, 0,8% Sb) auf die noch heiße Si-Oberfläche ca. 1-2 µm dick aufgedampft.

Beim anschließenden Tempern des Kontakts in Schutzgasatmosphäre muß die Eutektikumstemperatur $T = 380^{\circ}\text{C}$ des Au-Si-Gemisches überschritten werden [45]. Es bildet sich dann an der Oberfläche des Siliziums eine Schmelze von 96% Gold und 4% Silizium, in der Antimon in geringer Konzentration gelöst ist. Wird der Tempervorgang gestoppt, so kühlt die Probe am Metallrand schneller ab als im Innern, Au und Si kristallisieren dort zuerst aus. Da Silizium eine wesentlich größere Neigung zur Unterkühlung

als Gold zeigt, scheidet bevorzugt Gold aus der Schmelze aus. Der Metallrand reichert sich mit Gold an, das Übergangsgebiet zwischen Schmelze und Si-Einkristall verarmt an Gold. Das Silizium wird bevorzugt aus der an Si bereits angereicherten Schmelze auf den Si-Einkristall aufgewachsen. Die hier zurückgebliebenen Sb-Atome werden dabei in das Si-Gitter eingebaut. Es bildet sich eine mit Antimon hochdotierte n^+ -Zone, an die die (Au,Si,Sb)-Mischzone anschließt.

Der entstandene Kontakt besitzt wieder eine Verarmungsrandschicht. Aufgrund der sehr hohen Dotierung der n^+ -Zone - die Sättigungskonzentration des Sb in Si beträgt etwa $6 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$ [46] - ist die Potentialbarriere aber so schmal, daß bewegliche Ladungsträger sie in großer Anzahl durchtunneln. Es fließt ein großer Tunnelstrom; die Strom-Spannungs-Kennlinie ist eine Gerade, deren Steigung nur noch durch den Bahnwiderstand des Siliziums gegeben ist. Der "Kontaktwiderstand" des Ohmschen Kontakts ist gegen den Bahnwiderstand vernachlässigbar.

Bei dem geschilderten Herstellungsprozeß erreicht die Dicke der n^+ -Zone erfahrungsgemäß 20-30% der aufgedampften Au,Sb-Schicht, sie liegt im allgemeinen also zwischen $0,2 \mu\text{m}$ und $0,5 \mu\text{m}$. Solange die Substratdicke zwei bis drei Zehnerpotenzen größer ist als die n^+ -Zone, können die in dieser Zone vorhandenen Verluste in der Verlustbilanz vernachlässigt werden. Bei sehr dünnen Substraten kann aber die Schichtstruktur des Ohmschen Kontaktes durchaus Ursache von zusätzlichen Verlusten sein, die im Rahmen der Zweischichten-Theorie nach Kap. 2.3 nicht berücksichtigt worden sind.

Bild 4.2 zeigt einen Schliff eines (Au,Sb)-n-Si-Kontakts in etwa 500-facher Vergrößerung. Um dieses Bild mit dem Lichtmikroskop herstellen zu können, wurde speziell zu seiner Anfertigung von einer $50 \mu\text{m}$ dicken (Au,Sb)-Folie

ausgegangen und nicht, wie oben beschrieben, von einer $2\text{ }\mu\text{m}$ dünnen aufgedampften (Au,Sb)-Schicht. Aus diesem Grund ist die Zonenfolge Silizium, n^+ -Silizium und Au,Sb-Gemisch deutlich erkennbar.

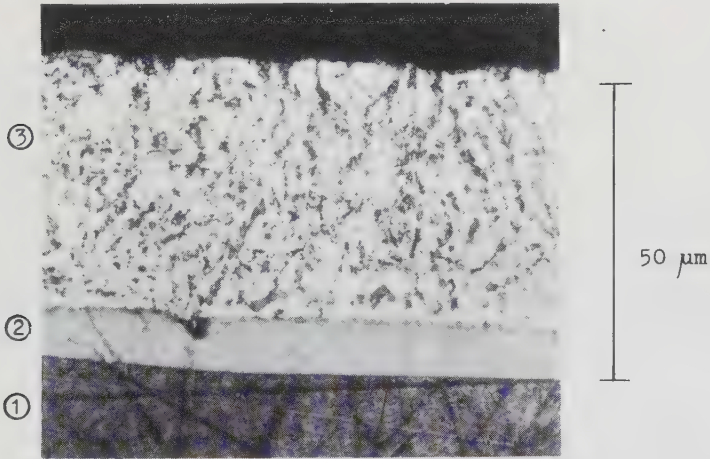


Bild 4.2: Schliffbild eines legierten (Au,Sb)-n-Si-Kontakts (Vergrößerung 1:500); ① Silizium, ② n^+ -Silizium, ③ Au,Sb,Si-Gemisch

5. Experimentelle Untersuchungen

5.1 Daten des Meßobjekts

Experimentelle Untersuchungen der nichtlinearen Wellenausbreitung längs Schottky-Kontakt-Leitungen wurden durchgeführt, um die Ergebnisse der Theorie zu überprüfen und den Grad der durchgeführten Näherung zu rechtfertigen.

Die Reihenfolge des experimentellen Vorgehens ist weitgehend durch die theoretischen Ausführungen vorgegeben: Zuerst muß die Sperrschichtkapazität des Kontakts, anschließend das Phasen- und das Dämpfungsmaß der Schottky-Kontakt-Leitung gemessen werden, um daraus den Kapazitätshub δ , die Leiterverluste A und die Substratverluste B bestimmen zu können. Schließlich wird - bei großer Amplitude des Erregersignals - die Amplitude der zweiten Harmonischen als Funktion der Leitungslänge gemessen und mit dem berechneten Kurvenverlauf verglichen.

Für die Experimente standen Schottky-Kontakt-Leitungen auf Silizium-Einkristallscheiben zur Verfügung, die nach den im Kap. 4 beschriebenen Verfahren hergestellt wurden. Die begrenzten technologischen Möglichkeiten engten dabei den Umfang der Experimente besonders hinsichtlich der Wahl der Leitungsabmessungen ein:

Das geschilderte Lochmaskenverfahren ist zur Herstellung sehr schmaler Leiterstreifen $b < 100 \mu\text{m}$ nicht geeignet.

Wegen der hohen Bruchgefahr wurde auf die Verarbeitung sehr dünner Substrate verzichtet, obwohl sich nur sehr dünne Scheiben zur Vervielfachung sehr hoher Frequenzen eignen.

Neben Silizium und Aluminium konnten keine weiteren Materialien als Substrat bzw. Kontaktmetall verwendet werden; Versuche an Galliumarsenid waren wegen mangelnder

technologischer Erfahrung nicht durchführbar, obwohl die höhere Elektronenbeweglichkeit dieses Halbleiters ($b_n \approx 8000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$) relativ große Amplituden der erzeugten Harmonischen verspricht.

Die Messungen wurden an zwei verschiedenen Schottky-Kontakt-Leitungen vorgenommen, SKL-1 und SKL-2, deren vollständige Daten in Tabelle 5.1 aufgeführt sind. Die Grenze des Verzögerungsbereiches dieser Meßobjekte liegt wegen der relativ großen Substratdicken zwischen 0,1GHz und 1GHz, also an der unteren Grenze des Mikrowellenbereiches. Die Verarbeitung sehr hoher Frequenzen - ein mögliches Anwendungsgebiet der Schottky-Kontakt-Leitungen - kann daher mit diesen Meßobjekten nicht vorgenommen werden. Diese Meßobjekte sind jedoch geeignet, die Grundzüge der Theorie auf ihre Richtigkeit hin zu überprüfen.

		SKL-1	SKL-2
Substratmaterial		Si	Si
Ohmscher Kontakt		99%Au, 1%Sb	
Sperrkontakt		Al	Al
Spez. Leitfähigkeit	$\sigma/(\Omega \text{ cm})^{-1}$	10	0,2
Beweglichkeit	$b_n/\text{cm}^2(\text{Vs})^{-1}$	1200	1200
Dotierung	n_D/cm^{-3}	$5 \cdot 10^{16}$	10^{15}
Dielektrizitätszahl	ϵ_r	11,7	11,7
Spez. Widerstand d. Leiter	$\rho_M/\Omega \text{ cm}$	$3 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-6}$
Substratdicke	$l/\mu\text{m}$	220	100
Leiterbreite	$b/\mu\text{m}$	120	120
Leiterdicke	$h/\mu\text{m}$	2	4

Tabelle 5.1: Daten der Meßobjekte SKL-1 und SKL-2

5.2 Niederfrequenzmessungen

Im Niederfrequenzbereich bieten sich Brückenmessungen an, um den frequenzunabhängigen, quadratischen Zusammenhang (2.2) zwischen Sperrschichtkapazität und Gleichvorspannung zu überprüfen, der streng nur für ideale Schottky-Kontakte auf homogen dotierten Halbleitern gilt. Es ist sinnvoll, diese Messungen an mehreren kurzen Leitungstücken vorzunehmen, die - voneinander getrennt - auf derselben Siliziumscheibe aufgedampft sind, weil sich dadurch ein Überblick über die technologisch bedingte Streuung der Leitungsdaten gewinnen läßt.

In Bild 5.1 sind Ergebnisse der Kapazitätsmessungen dargestellt, die an 12 Teilstücken des Meßobjekts SKL-1 durchgeführt wurden. Die Meßfrequenz betrug $f = 20\text{kHz}$, die Kontaktflächen der Teilstücke waren ca. $F = 0,25\text{mm}^2$ groß. Aufgetragen ist das Quadrat des Kehrwerts der auf die Fläche bezogenen Kapazität $(F/C)^2$ als Funktion der Vorspannung U .

Die Kapazitätswerte der verschiedenen Teilstücke unterscheiden sich bei einer festen Vorspannung um etwa 25%, sie liegen aber, als Funktion der Vorspannung betrachtet, relativ genau auf einer Geraden. Lediglich im Gebiet kleiner Vorspannung ($0 \leq U < 0,8\text{V}$) treten Abweichungen auf, der quadratische Verlauf $(F/C)^2 \sim U$ ist hier nicht mehr erfüllt. Die Donatorenkonzentration n_D des Halbleiters ist dann eine Funktion des Abstands von der Halbleiteroberfläche [22]. Aus diesem Grund gelingt es nicht eindeutig, aus dem Diagramm die Diffusionsspannung zu entnehmen, für die in der Literatur der Wert $U_D = 0,5\text{V}$ angegeben ist.

Der Vollständigkeit halber ist in Bild 5.2 für einzelne Teilstücke des Meßobjekts SKL-1 die statische Sperrkennlinie, d.h. die Sperrstromdichte als Funktion der Vorspannung, aufgetragen. Der Sperrstrom wird noch stärker als

die Sperrschichtkapazität von technologischen Faktoren beeinflusst. Die Sperrströme der einzelnen Teilstücke unterscheiden sich deshalb um etwa eine Zehnerpotenz.

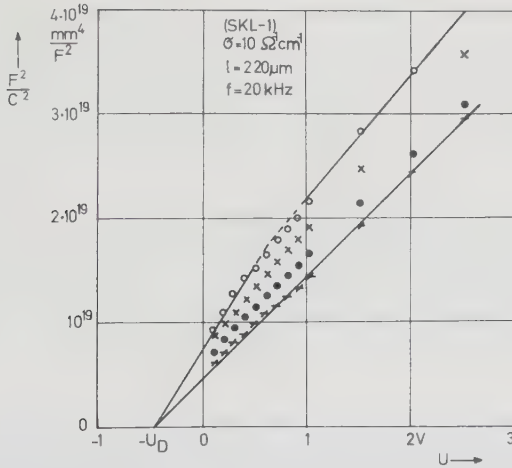


Bild 5.1: Quadrat des Kehrwerts der flächenbezogenen Sperrschichtkapazität als Funktion der Vorspannung, gemessen an Teilstücken des Meßobjekts SKL-1

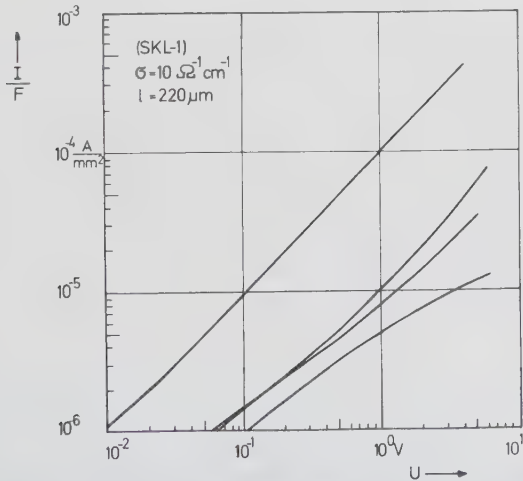


Bild 5.2: Sperrstromdichte als Funktion der Vorspannung, gemessen an Teilstücken des Meßobjekts SKL-1

5.3 Hochfrequenz-Kleinsignalmessungen

In Hochfrequenz-Kleinsignalmessungen werden Dämpfungsmaß und Wellenlängenverkürzung ermittelt und der berechnete Realteil des Wellenwiderstands überschlägig bestätigt. Diese Größen beeinflussen das Großsignalverhalten entscheidend, ihre genaue, experimentell ermittelte Kenntnis ist daher wichtig.

Dämpfungsmaß:

Das Dämpfungsmaß wird aus den Beträgen der Streukoeffizienten bestimmt, die reflektometrisch gemessen werden. Voraussetzungen und Gang des Meßverfahrens sind im Anhang A4 anhand eines Schaltbildes näher erläutert.

In Bild 5.3 und 5.5 ist das Dämpfungsmaß als Funktion der Frequenz für die Meßobjekte SKL-1 und SKL-2 dargestellt. Parameter ist die Vorspannung. Die durchgezogenen Kurven geben die in Kap. 2.3 durchgeführte Näherung wieder, in der die Dicken der Leiterstreifen als groß gegen die äquivalente Leitschichtdicke angenommen werden. Die gestrichelten Kurven stellen eine numerische Berechnung des Realteils des Fortpflanzungsmaßes (2.8) dar, in der die endlichen Dicken der Leiterstreifen berücksichtigt sind (vgl. GUCKEL [28], S. 474). Sie beschreiben - im Gegensatz zur durchgezogenen Näherung - das Dämpfungsmaß auch über die Grenzen des Verzögerungsbereiches hinaus. Streufelder bleiben allerdings in allen Kurven unberücksichtigt, über ihren Einfluß auf das Dämpfungsmaß ebener Mehrschichtleitungen liegen bisher noch keine Untersuchungen vor.

Bedingt durch die Leiterverluste verlaufen alle Kurven für niedere Frequenzen proportional zu $\sqrt{\omega}$. Die durchgezogenen Kurven wachsen schließlich aufgrund der Substratverluste proportional zu ω^2 an. Die gestrichelten Kurven verlaufen flacher, bei ihnen macht sich der Übergang in den Quasi-TEM-Bereich schon bemerkbar, der durch eine

vorspannungs- und frequenzunabhängige Dämpfung gekennzeichnet ist.

In die Diagramme 5.3 und 5.5 sind Meßwerte für den Frequenzbereich $10^8 \text{ Hz} \leq f_0 \leq 2 \cdot 10^9 \text{ Hz}$ eingetragen. Diese bestätigen den gestrichelten Kurvenverlauf weitgehend und rechtfertigen damit die Annahmen für die in Kap. 2 ausgeführte Kleinsignaltheorie. Für niedere Frequenzen ist eine Übereinstimmung der Absolutwerte erkennbar, mit steigender Frequenz weichen die Meßwerte dann allerdings bis zu 5dB/mm nach unten ab. Diese Abweichung ist ihrer Tendenz nach durch Streufeldeinfluß erklärbar; sie ist an Streifenleitungen auf homogenem, isolierendem Substrat bekannt [31].

Verkürzungsfaktor der Wellenlänge:

Der Verkürzungsfaktor der Wellenlänge wird aus Phasenvergleichsmessungen bestimmt, die am Meßobjekt und an einer Referenzleitung derselben Länge gleichzeitig durchgeführt werden. Die verwendete Meßmethode ist im Anhang A4 anhand eines Schaltbildes ausführlicher beschrieben.

In Bild 5.4 und 5.6 ist der Verkürzungsfaktor der Meßobjekte SKL-1 und SKL-2 als Funktion der Frequenz dargestellt. Parameter ist die Vorspannung. Die durchgezogenen Kurven geben die Näherung (2.26) bis zur Grenze des Verzögerungsbereichs wieder. Die gestrichelten Kurven stellen eine numerische Berechnung des Imaginärteils des Fortpflanzungsmaßes (2.8) dar, die über die Grenze des Verzögerungsbereichs hinaus gültig ist. Der Streufeldeinfluß ist in allen Kurven durch einen Reduktionsfaktor entsprechend Kap. 2.3.4, Bild 2.10, berücksichtigt.

Die durchgezogene Näherung hängt nicht von der Frequenz ab, sie beschreibt also den Verzögerungsbereich als dispersionsfreies Gebiet. Die gestrichelten Kurven nehmen dagegen mit wachsender Frequenz langsam ab und erreichen an der Grenze des Verzögerungsbereichs nur noch etwa 80-90% der

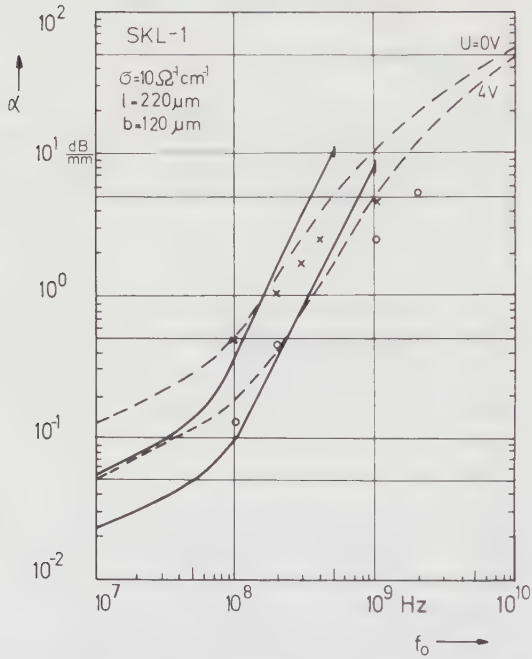


Bild 5.3: Dämpfungsmaß des Meßobjekts SKL-1 als Funktion der Frequenz; Parameter ist die Vorspannung

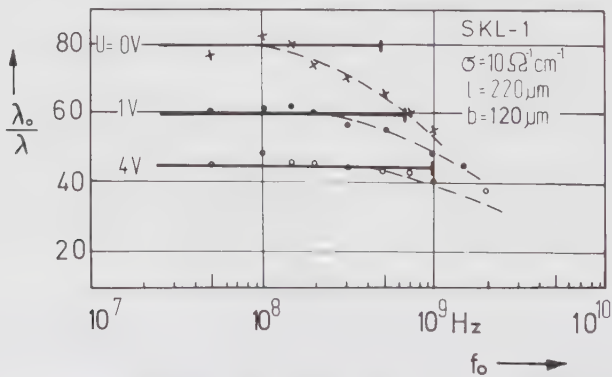


Bild 5.4: Verkürzungsfaktor der Wellenlänge des Meßobjekts SKL-1 als Funktion der Frequenz; Parameter ist die Vorspannung

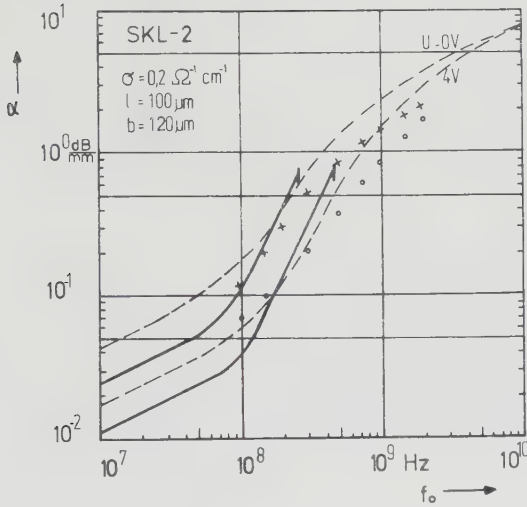


Bild 5.5: Dämpfungsmaß des Meßobjekts SKL-2 als Funktion der Frequenz; Parameter ist die Vorspannung

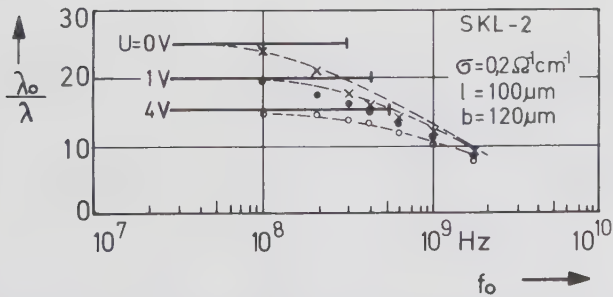


Bild 5.6: Verkürzungsfaktor der Wellenlänge des Meßobjekts SKL-2 als Funktion der Frequenz; Parameter ist die Vorspannung

ursprünglichen Werte. Dieses Verhalten steht im Zusammenhang mit dem verringerten Anstieg, den der entsprechende Dämpfungsverlauf in diesem Bereich zeigt.

Meßwerte für den Frequenzbereich $5 \cdot 10^7 \text{ Hz} \leq f_0 \leq 2 \cdot 10^9 \text{ Hz}$ sind in die Diagramme 5.4 und 5.6 eingetragen. Ihre Übereinstimmung mit den gestrichelten Kurven bestätigt die Richtigkeit der durchgeführten Kleinsignaltheorie.

Wellenwiderstand:

Durch die Ergebnisse der Dämpfungs- und Phasenmessung wurde die Kleinsignaltheorie in vollem Umfang bestätigt. Im weiteren kann daher auch der theoretische Wert (2.28) des Wellenwiderstands als richtig gelten. Es genügt, experimentell die Größenordnung des theoretischen Werts zu überprüfen. Eine solche überschlägige experimentelle Bestimmung läßt sich für den Realteil des Wellenwiderstands anhand der Beträge der Streukoeffizienten ohne zusätzliche Messungen vornehmen. Im Anhang A4 ist im Zusammenhang mit der Dämpfungsmessung auch dieses Verfahren ausführlicher erläutert.

In Tabelle 5.2 sind die theoretischen Werte des Real- bzw. Imaginärteils des Wellenwiderstands nach (2.29) bzw. (2.30) für die beiden Meßobjekte SKL-1 und SKL-2 angegeben. Diese Werte gelten im Verzögerungsbereich für die Vorspannung $U = 0$, Streufeldeinfluß ist entsprechend Bild 2.10 berücksichtigt. In die zweite Spalte ist ein mittlerer Meßwert für den Realteil eingetragen. Die angegebene Unsicherheit resultiert aus mehreren Messungen bei unterschiedlichen Erregerfrequenzen.

	SKL-1		SKL-2	
Z_r / Ω	2,5	$3 \pm 0,5$	4,5	$5 \pm 0,5$
Z_i / Ω	$< 0,45$	—	$< 1,1$	—

Tabelle 5.2: Real- und Imaginärteil des Wellenwiderstands der Meßobjekte SKL-1 und SKL-2

Bestimmung der Verluste A und B:

Die Leiterverluste A werden nach Gl. (3.5c) berechnet, sofern die Voraussetzung (2.22) erfüllt ist, nach der die Leiterdicke h immer größer sein muß als die elektrische Eindringtiefe δ_M . Das Meßobjekt SKL-1 erfüllt diese Bedingung nicht. Für dieses Meßobjekt müssen deshalb die Leiterverluste A - abweichend von dem in dieser Arbeit begründeten Vorgehen - noch mit einem Dickenkorrektur-Faktor multipliziert werden. Dieser Faktor wird aus der Differenz von durchgezogener und gestrichelter Dämpfungskurve im flachen, niederfrequenten Teil der Kurven bestimmt.

Aus den Meßwerten des Dämpfungsmaßes und der Wellenlängenverkürzung λ_0/λ kann das bezogene Dämpfungsmaß $\alpha\lambda/2\pi$ angegeben werden, das unter Verwendung der Gleichungen (2.27) und (3.5) in der Form

$$\frac{\alpha\lambda}{2\pi} = \frac{1}{2} (A+B) \quad (5.1)$$

mit den Verlusten A und B verknüpft ist. Nach (5.1) lassen sich aus dem bezogenen Dämpfungsmaß die Substratverluste B durch Substraktion der schon berechneten Leiterverluste A gewinnen.

In Tabelle 5.3 sind Leiterverluste A und Substratverluste B der Meßobjekte SKL-1 und SKL-2 für verschiedene Erregerfrequenzen f_0 zusammengestellt. Weil im betrachteten Frequenzbereich $B \gg A$ gilt, müssen zur weiteren Berechnung des Großsignal-Verhaltens besonders die Substratverluste B genau bekannt sein. Das geschilderte Verfahren, den kleineren Verlustanteil zu berechnen und den größeren dann durch Differenzbildung aus den Gesamtverlusten zu ermitteln, trägt dieser Forderung Rechnung: Neben dem Fehler, der durch Unsicherheit in A entsteht, ist B nur noch mit dem Fehler der Dämpfungs- und Wellenlängenmessung behaftet. Der relative Fehler von A kann aufgrund des unbekannten

Streufeldeinflusses nach [31] näherungsweise bis zu 30% betragen, derjenige von B liegt unter 20%.

	SKL-1		SKL-2		
Erregerfrequenz f_0 /MHz	100	200	100	200	400
$A = \frac{1}{I} \left[\frac{2g_M}{\mu_0 \omega_0} \right]^{1/2}$	0,04	0,03	0,087	0,062	0,05
Dickenkorrektur-Faktor	2,5	2,5	1	1	1
A, korrigiert	0,1	0,075	0,087	0,062	0,05
$\frac{\alpha \lambda}{2\pi}$	0,3	0,33	0,32	0,33	0,45
$B = 2\left(\frac{\alpha \lambda}{2\pi} - A\right)$	0,4	0,5	0,5	0,59	0,8

Tabelle 5.3: Leiter- und Substratverluste der Meßobjekte SKL-1 und SKL-2 für die Erregerfrequenzen $f_0 = 100, 200$ und 400 MHz

5.4 Hochfrequenz-Großsignalmessungen

5.4.1 Meßverfahren und Probenhalterung

Hochfrequenz-Großsignalmessungen dienen zur Ermittlung des Amplitudenspektrums längs Schottky-Kontakt-Leitungen. Um überschaubare und deutbare Meßergebnisse zu erhalten, muß der apparative Aufbau die Voraussetzungen der Theorie möglichst gut erfüllen, im wesentlichen also folgenden Forderungen genügen:

1. Der möglichst reflexionsfreie Abschluß der Schottky-Kontakt-Leitung ist zu gewährleisten.

2. Die Ansteuerung des Meßobjekts muß durch eine zeitlich rein sinusförmige Spannung erfolgen.
3. Die Ankopplung der Schottky-Kontakt-Leitung an die äußere koaxiale Beschaltung soll trotz der unterschiedlichen Linearabmessungen beider Leitungstypen möglichst reflexionsfrei und mechanisch exakt sein.

Die erste Forderung wird durch einen konzentrierten, reellen Abschlußwiderstand näherungsweise erfüllt, dessen Wert mit dem Realteil Z_r des Wellenwiderstands übereinstimmt (vgl. Tabelle 5.2). Verwendet wird ein kreisrunder Scheibenwiderstand der Firma EMC, der unmittelbar am Ende der Schottky-Kontakt-Leitung plaziert ist, zwischen Innen- und Außenleiter der koaxialen Anschlußleitung eingelötet (vgl. Bild 5.7b).

Mit diesem meßtechnisch naheliegenden Vorgehen sind physikalische Näherungen und damit Fehler verbunden. Erstens wird der Imaginärteil des Wellenwiderstands vernachlässigt, der bei den beiden Meßobjekten SKL-1 und SKL-2 nach Tab. 5.2 immerhin bis zu 25% des Realteils Z_r betragen kann. Dieser Fehler pflanzt sich im Betrag des Reflexionsfaktors allerdings nur quadratisch fort. Es ist also zu erwarten, daß die am Leitungsende reflektierte Spannung eine zu $(Z_i/Z_r)^2$ proportionale Amplitude besitzt und damit klein ist von zweiter Ordnung. Zweitens wird durch den Widerstand Z_r nur ein zeitlicher Mittelwert des Realteils des "Wellenwiderstands" nachgebildet. In exakter Analogie zur bekannten Definition innerhalb der linearen Wellenausbreitung würde der Realteil Z_r noch einen zeit- und ortsabhängigen Korrekturterm $\delta Z_r u(x, \rho)$ enthalten. Die Vernachlässigung dieses Korrekturterms ist problematisch, weil dadurch möglicherweise Fehler in der Größenordnung δ entstehen. Die Vermeidung dieser Fehlerursache ist aber sehr schwierig und nur durch einen Abschlußwiderstand denkbar, dessen Wert synchron mit der Sperrschichtweite des Schottky-Kontakts variiert.

Die Forderung nach einer zeitlich sinusförmigen Erregerspannung $u(0, \rho)$ läßt sich nur näherungsweise realisieren. Durch ein Oberwellensperrfilter - verwendet werden Kurzschlußschieber - werden zwar die Harmonischen des Generatorsignals fast vollständig unterdrückt. Das zum Meßobjekt hinlaufende Signal (vgl. Bild 5.8) besitzt dann eine sinusförmige Zeitabhängigkeit. Nicht ganz vermeiden läßt es sich aber, daß die Erregerspannung wegen der nichtlinearen Eigenschaften des Eingangswiderstands der Schottky-Kontakt-Leitung selbst nichtlinear moduliert wird, also Anteile aller Harmonischen enthält.

Abhilfe läßt sich hier teilweise durch einen "Ankoppelwiderstand" schaffen, der parallel zum Eingang des Meßobjekts angebracht wird. Dieser Widerstand soll einerseits möglichst klein sein, damit die Erregerspannung - möglichst unbeeinflußt vom Meßobjekt - sinusförmig bleibt, andererseits darf er die Erregeramplitude nicht so stark vermindern, daß eine nichtlineare Aussteuerung des Meßobjekts nicht mehr meßbar ist. Als Kompromiß wird der Ankoppelwiderstand etwa gleich dem Realteil Z_r des Wellenwiderstands der Schottky-Kontakt-Leitung gewählt.

Die Forderung nach korrekter Ankopplung der Schottky-Kontakt-Leitung ist durch die Probenhalterung in der in Bild 5.7 dargestellten Form realisiert: In einer Schwalbenschwanzführung des Gestells (1) werden zwei Messing-Koppelbacken (2) geführt und durch zwei Verbindungsschrauben (3) an zwei gegenüberliegende Seiten der auswechselbaren Messing-Grundplatte (4) gepreßt, deren Kantenlänge nur wenige Zehntelmillimeter länger sein soll als das Meßobjekt. Die Koppelbacken sind mit je einer Durchführung (5) für die koaxialen OSM-Gehäusestecker (6) versehen, deren Innenleiter (7) von 0,3 mm Durchmesser etwa 2 mm über die Grundplatte hinragen, im Abstand von ca. 0,3 mm. Wird die Schottky-Kontakt-Leitung (8) auf die Grundplatte gelegt, zwischen die Koppelbacken, direkt unter die dünnen,

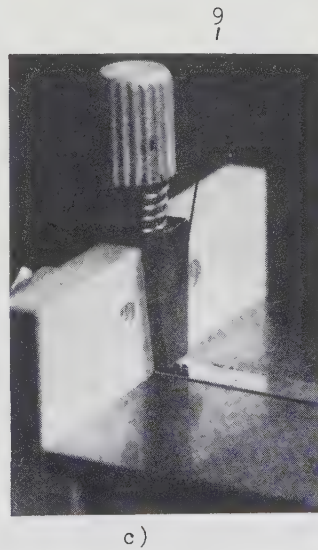
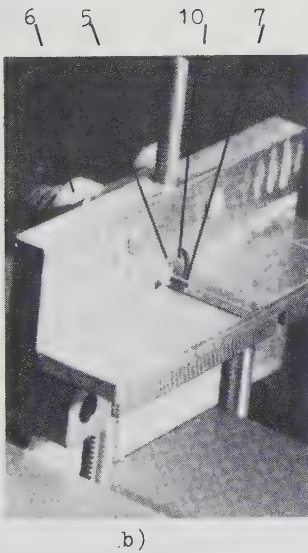
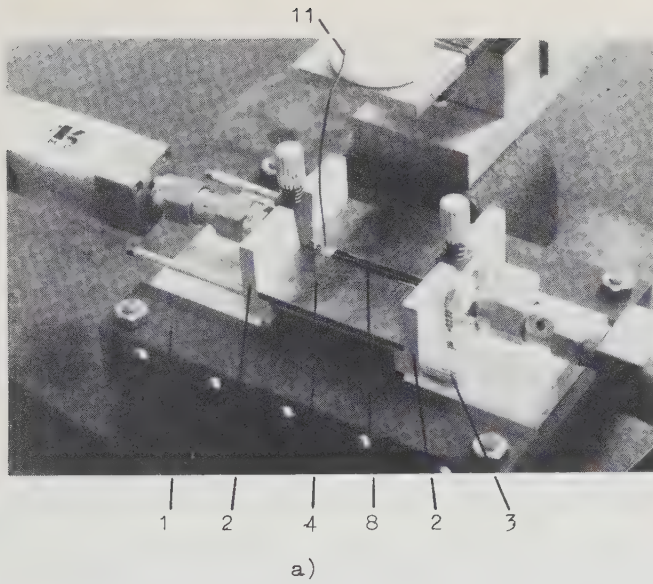


Bild 5.7: Probenhalterung mit Meßobjekt; a) Gesamtansicht; b) und c) Ankopplung der Koaxialleitung an die Schottky-Kontakt-Leitung

elastischen Innenleiter, so lassen sich diese durch je einen gefedert gelagerten PVC-Bügel (9) auf den Leiterstreifen der Schottky-Kontakt-Leitung aufdrücken und dadurch ankoppeln. Der großflächige Ohmsche Kontakt wird dadurch auf die Grundplatte gedrückt, die ihrerseits über die Koppelbacken an den Außenleiter der Koaxialleitungen angeschlossen ist. Abschlußwiderstand (10) und Ankoppelwiderstand befinden sich in der Durchführung der Koppelbacken. Der negative Pol der Vorspannung U wird - ohne das Hochfrequenzsignal zu stören - über einen dünnen Drahtstift (11) direkt an den Leiterstreifen möglichst nahe am Leitungsende angelegt. Der positive Pol liegt an der Grundplatte.

Sind die oben genannten Voraussetzungen erfüllt, so bietet sich zur Ermittlung des Amplitudenspektrums ein einfaches Meßverfahren an, dessen prinzipieller Aufbau in Bild 5.8 dargestellt ist.

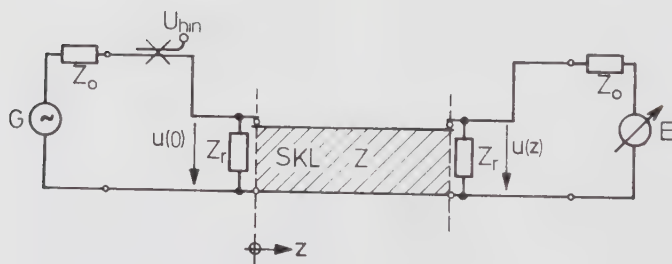


Bild 5.8: Schaltbild zur Messung des Amplitudenspektrums;
 Z_0 : Geräte-Innenwiderstand

Für eine schrittweise verkürzte Schottky-Kontakt-Leitung werden am Leitungsende jeweils die Amplituden der einzelnen Spektralanteile des Signals gemessen. Dabei ist zu beachten, daß die Amplitude des einfallenden, rein sinusförmigen Signals im Hinlauf des Reflektometers unabhängig von der Leitungslänge immer denselben Wert besitzt. Dadurch ist gewährleistet, daß auch die Erregeramplitude $\hat{u}$ am Leitungsanfang konstant ist. Der verwendete selektive Empfänger ist mit einem Innenwiderstand $Z_0 = 50 \, \Omega$ relativ hochohmig gegenüber dem Impedanzniveau des Meßobjekts. Die Ankopplung dieses Geräts verändert den Abschlußwiderstand der Leitung nur geringfügig (bis zu etwa 10% seines ursprünglichen Werts), verfälscht die Spannungsmessung also nur wenig.

Die Auswertung der Messungen wird folgendermaßen vorgenommen: die gemessenen Amplitudenwerte werden logarithmisch aufgetragen als Funktion der Leitungslänge, für die sich ein linearer Maßstab als sinnvoll erweist. Die Amplitude u_1 der ersten Harmonischen erfährt in dieser Darstellung nach (3.69) in erster Näherung nur eine lineare Abnahme längs der Leitung, die durch die Verluste $(A + B)$ hervorgerufen wird. Der Energietransfer von dem Erregersignal in die höheren Harmonischen ist proportional zu Gliedern in δ^i , $i = 2, 3, 4, \dots$, und fällt demgegenüber bei realisierbaren Schottky-Kontakt-Leitungen nicht ins Gewicht. Eine Ausgleichsgerade durch die gemessenen Amplitudenwerte der ersten Harmonischen schneidet also die Ordinate $z = 0$ im Wert der Erregerspannung $\hat{u}$. Durch Normierung aller Meßwerte auf diesen Spannungswert ergibt sich schließlich das Amplitudenspektrum u_k , $k = 1, 2, 3, \dots$

Das Blockschaltbild des Meßverfahrens ist in Bild 5.9 dargestellt. Das Signal mit der Erregerfrequenz wird im Generator (1) erzeugt, durchläuft das Dämpfungsglied (2), das Oberwellensperrfilter (3), das Dämpfungsglied (4), die Richtkoppler (5) und gelangt an den Ankoppelwiderstand

(7). Ein Großteil des Signals wird wegen der Fehlanpassung an dieser Stelle reflektiert. Das restliche Signal mit der Erregeramplitude $\hat{u}$ läuft längs der Schottky-Kontakt-Leitung (8) weiter bis zum Abschlußwiderstand (10) und von dort zum selektiven Empfänger (12). Besitzt die Vorspannung (9) einen von Null verschiedenen Wert, so werden primär- und sekundärseitig Hochpässe (6), (11) zwischengeschaltet, die den Innenleiter des Meßkreises kapazitiv trennen.

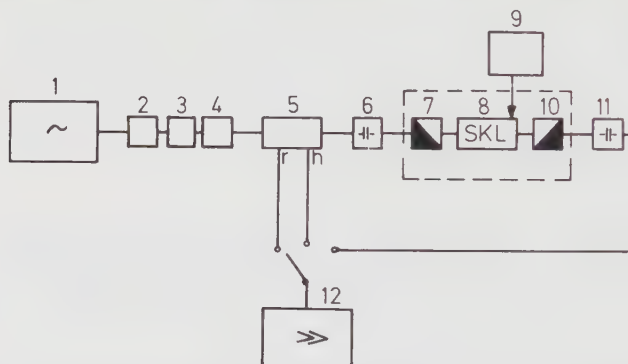


Bild 5.9: Blockschaltbild des Meßaufbaus für Großsignalmessungen; 1 Generator, 2 und 4 Dämpfungsglieder, 3 Oberwellensperrfilter, 5 Richtkoppler, 6 und 11 Hochpässe, 7 Ankoppelwiderstand, 8 Meßobjekt, 9 Vorspannungseinkopplung, 10 Abschlußwiderstand, 12 selektiver Empfänger

5.4.2 Meßergebnisse der Frequenzverdopplung

Die Amplituden u_k , $k = 1, 2, 3, \dots$, sind nach Gl. (3.75) ungefähr proportional zu δ^{k-1} und damit für Indices $k \geq 3$ schon so klein, daß Meßfehler ihre Untersuchung beeinträchtigen können. Aus diesem Grund bleiben die Messungen auf die Amplituden u_1 und u_2 beschränkt. Im weiteren wird nur die Frequenzverdopplung experimentell untersucht und zum Vergleich mit der Theorie herangezogen.

Die Messungen werden im Längenbereich $7 \text{ mm} \leq z \leq 30 \text{ mm}$ vorgenommen. Auf Messungen an sehr kurzen Leitungen wird verzichtet; denn wenn sich die 2 mm über den Leiterstreifen überstehenden Innenleiter der koaxialen Ankopplung zu nahe kommen, werden die Meßergebnisse möglicherweise verfälscht.

In den Bildern 5.10 und 5.11 sind die Ergebnisse der Großsignalmessungen dargestellt, die an dem Meßobjekt SKL-1 durchgeführt wurden. Aufgetragen sind die Amplituden u_1 und u_2 als Funktion der Leitungslänge z , für Erregerfrequenzen $f_0 = 100 \text{ MHz}$ bzw. $f_0 = 200 \text{ MHz}$. Die Leitung wurde bei der Vorspannung $U = 0 \text{ V}$ betrieben und mit der Amplitude $\hat{u} = 0,3 \text{ V}$ bzw. $\hat{u} = 0,2 \text{ V}$ angesteuert.¹⁾ Das entspricht einem Kapazitätshub von $\delta = 0,16$ bzw. $\delta = 0,1$. Die durchgezogenen Kurven stellen den theoretischen Verlauf nach (3.75) dar, dem die bezogenen Verluste A und B nach Tabelle 5.3 zugrunde liegen.

Die Grenze des Verzögerungsbereichs, gegeben durch $B < 0,6$, ist mit $B = 0,4$ bzw. $B = 0,5$ eingehalten. Die Meßwerte von u_2 liegen besonders im Bereich ihres Maximums auf der theoretischen Kurve und nehmen mit wachsender Leitungslänge ab. Die Meßwerte von u_1 liegen überraschend gut auf einer Geraden. Die Gesamtverluste können anhand der Geradensteigung genau ermittelt werden. Bei einer größeren Erregerfrequenz, Bild 5.11, weichen die Meßwerte von den theoretischen Kurven bis zu 6 dB ab. Das Maximum von u_2 liegt nahe am Leitungsanfang, es konnte aus oben genannten Gründen nicht gemessen werden.

1) Größere Erregeramplituden sind bei der Vorspannung $U = 0 \text{ V}$ nicht zulässig, weil sonst die Schottky-Kontakt-Leitung über die Knickspannung der statischen Diodenkennlinie (ca. 0,3 V) hinaus angesteuert wird und damit der Kapazitätsbelag in periodischen Zeitintervallen kurzgeschlossen wird.

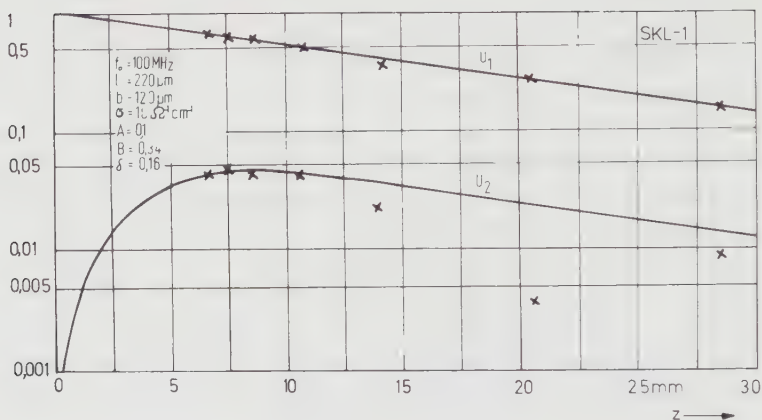


Bild 5.10: Amplitude der ersten und zweiten Harmonischen als Funktion der Leitungslänge; Meßobjekt SKL-1, Erregerfrequenz $f_0 = 100 \text{ MHz}$

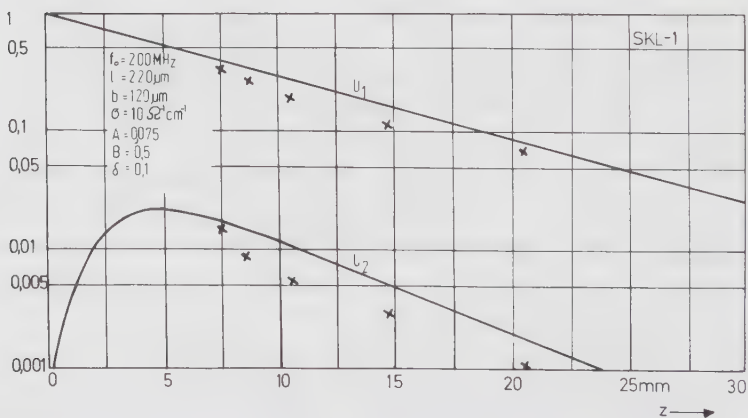


Bild 5.11: Amplitude der ersten und zweiten Harmonischen als Funktion der Leitungslänge; Meßobjekt SKL-1, Erregerfrequenz $f_0 = 200 \text{ MHz}$

In den Bildern 5.12 bis 5.14 sind die entsprechenden Ergebnisse der Großsignalmessungen für das Meßobjekt SKL-2 dargestellt. Die Erregerfrequenz beträgt $f_0 = 100\text{MHz}$, 200 MHz und 400MHz, der Kapazitätshub ist mit $\delta = 0,14$ in allen drei Bildern gleich groß.¹⁾ Die durchgezogenen Kurven stellen wieder den theoretischen Verlauf nach (3.75) dar, dem die Verluste A und B nach Tabelle 5.3 zugrundeliegen. Da der Leiterstreifen relativ dick aufgedampft ist, spielen die Leiterverluste gegenüber den Substratverlusten keine Rolle.

Solange die Bedingung für den Verzögerungsbereich $B < 0,6$ eingehalten ist, stimmen die Meßwerte von u_2 gut mit der Theorie überein, Bild 5.12 und Bild 5.13. Erst für $f_0 = 400\text{MHz}$, Bild 5.14, ergeben sich beträchtliche Abweichungen deren Ursache wohl zum Teil in der verstärkten Dispersion liegt, die dann außerhalb des Verzögerungsbereichs vorhanden ist.

Das Maximum von u_2 ist sehr flach, es rückt mit wachsender Erregerfrequenz an den Leitungsanfang heran und nimmt, hervorgerufen durch das Anwachsen der Verluste, gleichzeitig ab. Der berechneten Abnahme von ursprünglich 0,05 bei $f_0 = 100\text{MHz}$ auf 0,023 bei $f_0 = 400\text{MHz}$ steht eine gemessene Abnahme von 0,05 auf 0,006 gegenüber.

Die Meßwerte von u_1 liegen wiederum sehr genau auf einer Geraden, aus deren Steigung die Kleinsignal-Dämpfung unmittelbar abgelesen werden kann. Die Abnahme von u_1 aufgrund des Energietransfers in die erzeugten Harmonischen fällt gegenüber der Verlustdämpfung nicht ins Gewicht. Es ist dadurch die Möglichkeit gegeben, die Kleinsignal-Dämpfungsmessung durch die Ergebnisse der Großsignalmessung zu überprüfen.

1) Die Leitung wird bei der Vorspannung $U = 0\text{V}$ betrieben und mit der Erregeramplitude $\hat{u} = 0,28\text{V}$ angesteuert.

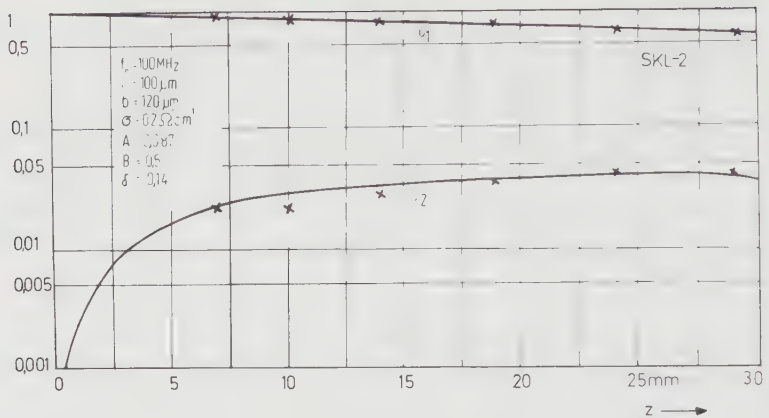


Bild 5.12: Amplitude der ersten und zweiten Harmonischen als Funktion der Leitungslänge; Meßobjekt SKL-2, Erregerfrequenz $f_0 = 100 \text{ MHz}$

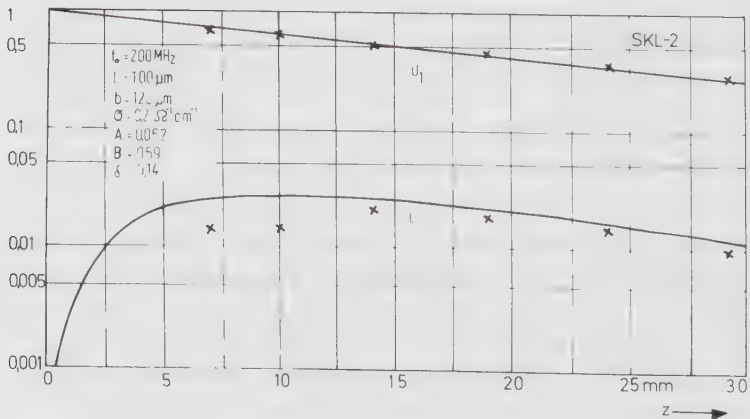


Bild 5.13: Amplitude der ersten und zweiten Harmonischen als Funktion der Leitungslänge; Meßobjekt SKL-2, Erregerfrequenz $f_0 = 200 \text{ MHz}$

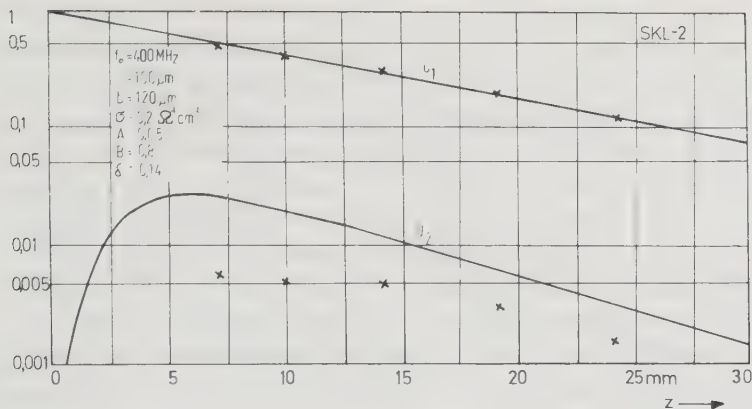


Bild 5.14: Amplitude der ersten und zweiten Harmonischen als Funktion der Leitungslänge; Meßobjekt SKL-2, Erregerfrequenz $f_0 = 400 \text{ MHz}$

Der Wirkungsgrad η_k des Leistungstransfers in die k -te Harmonische - allgemein durch den Quotienten aus Leistung der k -ten Harmonischen und Erregerleistung definiert - ist durch $\eta_k = u_k^2$ gegeben; er läßt sich aus dem Amplitudenspektrum als Funktion der Leitungslänge ablesen.

Für die besonders interessierende 2. Harmonische ist der Leistungswirkungsgrad im realisierbaren Bereich relativ großer Leistungsverluste nach Gleichung (3.75) annähernd proportional zu δ^2 , d.h. nach (3.4f) proportional zum Quadrat der Erregeramplitude:

$$\eta_2 = u_2^2 \sim \delta^2 \sim \hat{u}^2$$

Nach Bild 3.13 sind bei optimal dimensionierter Schottky-Kontakt-Leitung und bei maximal zulässiger Erregeramplitude ($\delta = 0,2$) Werte von $\eta_2 = 0,3\%$ (bei $f_0 = 10^{11} \text{ Hz}$) bis $\eta_2 = 1\%$ (bei $f_0 = 10^7 \text{ Hz}$) erreichbar. Für die Meßobjekte SKL-1 und SKL-2, die nicht der optimalen Dimensionierung genügen, liegen die gemessenen Leistungswirkungsgrade bei etwa $\eta_2 \approx 0,3\%$.

6. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen längs örtlich uniformer, nichtlinearer Schottky-Kontakt-Leitungen untersucht und die Frequenzvervielfachung längs solcher Leitungen diskutiert.

Nach einer Zusammenstellung der wichtigsten Eigenschaften des Schottky-Kontakts wird das Kleinsignal-Ersatzschaltbild einer Schottky-Kontakt-Leitung hergeleitet, welches neben dem vorspannungsabhängigen Kapazitätsbelag die Bahn- und Längsverluste im halbleitenden Substrat und näherungsweise auch noch die ohmschen Verluste der Leiterstreifen enthält (Kapitel 2).

Zur Beschreibung der zeitlich sinusförmigen Großsignal-Ansteuerung wird das Kleinsignal-Ersatzschaltbild geeignet modifiziert, das zugehörige Differential-Gleichungssystem aufgestellt und daraus für kleine Verluste eine quasilineare Differentialgleichung erster Ordnung abgeleitet. Für den Sonderfall vernachlässigbarer Substratverluste wird eine Lösung in analytischer Form angegeben, das Auftreten von Schockwellen als Funktion der Leitungsdaten diskutiert und das zugehörige Amplitudenspektrum über den Schockeinsetzort hinaus berechnet. Für den Sonderfall vernachlässigbarer Leiterverluste wird ebenso eine Lösung in analytischer Form gefunden, deren Amplitudenspektrum sich nur numerisch berechnen läßt. Ein Vergleich beider Sonderfälle macht den unterschiedlichen Einfluß der Substrat- und der Leiterverluste deutlich. Für den Fall endlicher Substrat- und Leiterverluste wird eine Lösung durch Störungsrechnung gewonnen. Diese liefert Hinweise für eine Dimensionierung, bei der der Harmonischengehalt längs der Schottky-Kontakt-Leitung besonders groß wird (Kapitel 3).

Die Ergebnisse der Rechnung werden experimentell an Schottky-Kontakt-Leitungen überprüft, die durch Aufdampfen von Aluminiumstreifen auf Silizium-Einkristall-Scheiben hergestellt werden. Der Herstellungsprozeß dieser Meßobjekte wird beschrieben. Neben einigen allgemeinen technologischen Gesichtspunkten wird besonders die Herstellung großflächiger Schottky-Kontakte und legierter Ohmscher Kontakte beschrieben (Kapitel 4).

An Schottky-Kontakt-Leitungen unterschiedlicher Abmessungen und Substrat-Dotierung wird als wichtigster Teil des Amplitudenspektrums der Signalanteil mit der doppelten Erregerfrequenz als Funktion der Leitungslänge gemessen. Die Abweichung der Meßwerte von den berechneten Kurven beträgt meist weniger als 20% des theoretischen Wertes. Außerhalb der Gültigkeitsgrenzen der Rechnung, d.h. außerhalb des Verzögerungsbereichs, nehmen die Abweichungen zu. Die experimentellen Resultate bestätigen die verwendete Modellvorstellung und rechtfertigen den Grad der durchgeführten Näherung (Kapitel 5).

7. Anhang

A1 Berechnung der Amplitudenmaxima $u_{km}(A/2\delta; 0)$

A2 HOPF-Transformation und Lösung der Differentialgleichung (3.50)

A3 Weitere Störglieder $u_{(i)k}$ der allgemeinen Lösung nach Kap. 3.5

A4 Hochfrequenz-Kleinsignalmeßverfahren

A1: Berechnung der Amplitudenmaxima $u_{km}(A/2\delta; 0)$

Nach Gleichung (3.48) lauten die Amplitudenkoeffizienten $u_k(s, A, 0)$

$$u_k(s, A, 0) = w_k(\xi(s)) \exp\left(-\frac{A}{2\delta}s\right) \quad k=1, 2, 3, \dots \quad (A1.1)$$

mit der Transformation (3.18) der Ortskoordinate ξ :

$$\xi(s) = \frac{2\delta}{A}(1 - \exp(-\frac{A}{2\delta}s)) \quad (A1.2)$$

Die notwendige Bedingung für das Maximum u_{km} der Amplitude u_k

$$\frac{du_k}{ds} = \frac{d}{ds} \left[w_k(\xi) \exp\left(-\frac{A}{2\delta}s\right) \right] = 0 \quad (A1.3)$$

liefert folgende Bestimmungsgleichung für den Ort s_{km} des Maximums:

$$\left[\frac{dw}{d\xi} \cdot \frac{d\xi}{ds} - \frac{A}{2\delta} w \right] \Big|_{s=s_{km}} = 0 \quad (A1.4)$$

Bei Kenntnis der in Tabelle 3.1 aufgelisteten Werte w_{km} , ξ_{km} und der zweiten Ableitung w_k'' am Ort ξ_{km} des Maximums läßt sich Gleichung (A1.4) in dem interessierenden Bereich kleiner Verluste näherungsweise auswerten und der Einfluß der Verluste $A/2\delta$ auf die Maxima u_{km} ermitteln. Für den Ort s_{km} wird dabei ein Störungsansatz verwendet, mit den bezogenen Verlusten $A/2\delta$ als Störparameter

$$s_{km} = s_{kmo} + \frac{A}{2\delta} s_{km1} + \left[\frac{A}{2\delta} \right]^2 s_{km2} + \dots, \quad (A1.5a)$$

mit

$$s_{kmo} = \xi_{km}, \quad (A1.5b)$$

dem Ort des Maximums für den ungestörten, verlustfreien Fall.

Die reduzierte Entfernung ξ besitzt entsprechend dem in A/2 δ linearisierten Zusammenhang (A1.2) an der Stelle s_{km} den Wert

$$\xi(s_{km}) = \xi_{km} - \frac{A}{2\delta} \cdot \left[\frac{\xi_{km}^2}{2} - s_{km1} \right] + O((A/2\delta)^2) = \xi_{km} + \Delta\xi, \quad (A1.6a)$$

mit der Abkürzung

$$\Delta\xi = \frac{A}{2\delta} \left[\frac{\xi_{km}^2}{2} - s_{km1} \right] \quad (A1.6b)$$

Die Ableitung von ξ nach s lautet an derselben Stelle

$$\left. \frac{d\xi}{ds} \right|_{s=s_{km}} = -1 - \frac{A}{2\delta} \xi_{km} + O((A/2\delta)^2) \quad (A1.7)$$

Wird auch noch $w_k(\xi)$ in eine Taylorreihe um die Stelle ξ_{km} entwickelt,

$$w_k(\xi) \Big|_{\xi=\xi_{km}+\Delta\xi} = w_k(\xi_{km}) + \frac{w_k''}{2} \Big|_{\xi_{km}} \cdot (\Delta\xi)^2 + O((A/2\delta)^3), \quad (A1.8)$$

so folgt mit (A1.6) in erster Näherung

$$w_k(\xi(s)) \Big|_{s_{km}} = w_k(\xi_{km}) + O((A/2\delta)^2) \quad (A1.9)$$

und

$$\left. \frac{dw}{d\xi} \right|_{s_{km}} = - \left. w_k'' \right|_{\xi_{km}} \cdot \frac{A}{2\delta} \left[\frac{\xi_{km}^2}{2} - s_{km1} \right] + O((A/2\delta)^2). \quad (A1.10)$$

Mit (A1.7), (A1.9) und (A1.10) lautet die Bestimmungsgleichung (A1.4) für s_{km} schließlich

$$- \left. w_k'' \right|_{\xi_{km}} \cdot \frac{A}{2\delta} \left[\frac{\xi_{km}^2}{2} - s_{km1} \right] \cdot \left(-1 - \frac{A}{2\delta} \xi_{km} \right) + \frac{A}{2\delta} w_k(\xi_{km}) = 0 \quad (A1.11)$$

Durch Koeffizientenvergleich der Glieder proportional $A/2\delta$ ergibt sich hieraus für den Störterm s_{km1} folgende Bestimmung

$$s_{km1} = \frac{1}{2} \xi_{km}^2 - \left. \frac{w_k}{w_k''} \right|_{\xi_{km}} \quad (A1.12)$$

Der Ort des Maximums lautet damit

$$s_{km} = \xi_{km} - \frac{A}{2\delta} \left[\frac{1}{2} \xi_{km}^2 - \left. \frac{w_k}{w_k''} \right|_{\xi_{km}} \right], \quad (A1.13)$$

er rückt mit wachsenden Verlusten immer näher an den Leistungsanfang heran.

Die Maximalamplitude besitzt unter Beachtung von (A1.1), (A1.8) und (A1.13) in erster Näherung die Gestalt

$$\begin{aligned} u_{km} &= u_k \Big|_{s_{km}} \\ &= w_k(\xi_{km}) \cdot \exp\left(-\frac{A}{2\delta} \xi_{km}\right) \quad \text{für } A/2\delta \lesssim 0,4 \quad (A1.14) \end{aligned}$$

A2: HOPF-Transformation und Lösung der Differentialgleichung (3.50)

Durch die Substitution

$$s = \delta x \quad , \quad \delta > 0 \quad (A2.1)$$

und

$$\bar{u} = - \delta u \quad (A2.2)$$

geht die Differentialgleichung (3.50) über in

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \rho} = \frac{B}{2} \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \rho^2} \quad , \quad B > 0 \quad , \quad (A2.3)$$

deren Lösung in [38] für die allgemeine Randbedingung $\bar{u}(0, \rho)$ angegeben ist.

Über die sogenannte HOPF-Transformation

$$\bar{w} = \exp\left(-\frac{1}{B} \int \bar{u} d\rho\right) \quad (A2.4)$$

und ihre Umkehrfunktion

$$\bar{u} = -B(\ln \bar{w})_\rho = -B \frac{\bar{w}_\rho}{\bar{w}} \quad (A2.5)$$

wird (A2.3) in folgende Differentialgleichung transformiert:

$$B\left(\frac{\bar{w}_x}{\bar{w}}\right)_\rho = -\left(\frac{B^2}{2} \cdot \frac{\bar{w}_{\rho\rho}}{\bar{w}}\right)_\rho \quad (A2.6)$$

Durch Integration nach ρ folgt daraus

$$\bar{w}_x = \frac{B}{2} \bar{w}_{\rho\rho} + K(x) \bar{w} \quad (A2.7)$$

Wird bei periodischer Anfangsbedingung $\bar{w}(0, \rho)$ nur die eingeschwungene Lösung betrachtet, so ist $K(x)$ identisch null, (A2.7) besitzt dann die Form der Wärmeleitungsgleichung

$$\bar{w}_x = \frac{B}{2} \bar{w}_{\rho\rho} \quad (A2.8)$$

Die Lösung dieser Gleichung lautet für den Sonderfall einer 2π -periodischen Randbedingung

$$\bar{w}(0, \rho) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \sin(k\rho) + b_k \cos(k\rho)) \quad (A2.9)$$

bekanntlich [33]:

$$\bar{w}(x, \rho) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \sin(k\rho) + b_k \cos(k\rho)) \exp(-k^2 \frac{B}{2} x) \quad (A2.10)$$

(A2.10) liefert über die Umkehrtransformation (A2.5) dann die Lösung der ursprünglichen, vereinfachten Wellengleichung (A2.3).

Für die Gleichung (3.50) wird nun auf dem angegebenen Weg die Lösung gewonnen. Die periodische Randbedingung

$$u(0, \varphi) = \sin \varphi \quad (A2.11)$$

wird mittels (A2.4) in die Randbedingung

$$\bar{w}(0, \rho) = \exp \left\{ \frac{\delta}{B} \int_0^\rho \sin \eta d\eta \right\} = \exp \left(-\frac{\delta}{B} (\cos \rho - 1) \right) \quad (A2.12)$$

$$= \left[I_0 \left(-\frac{\delta}{B} \right) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_k \left(-\frac{\delta}{B} \right) \cos(k\rho) \right] \exp \left(-\frac{\delta}{B} \right)$$

transformiert (vgl. hierzu [35], Gl. 9.6.34). Diese Funktion ist wieder 2π -periodisch in φ . Wie ein Vergleich mit (A2.9) zeigt, sind die Fourierkoeffizienten a_k , $k=1,2,3,\dots$, alle null, die Koeffizienten b_k sind durch modifizierte Besselfunktionen I_k gegeben. Sie besitzen den auf die Substratverluste bezogenen, negativen Kapazitätshub $-\delta/B$ als Argument. Entsprechend (A2.10) lautet die Lösung der Wärmeleitungsgleichung dann für die Randbedingung (A2.12)

$$\bar{w}(x, \varphi) = \left\{ I_0\left(-\frac{\delta}{B}\right) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_k\left(-\frac{\delta}{B}\right) \cos(k\varphi) \exp\left(-k^2 \cdot \frac{B}{2x}\right) \right\} \exp\left(-\frac{\delta}{B}\right) \quad (\text{A2.13})$$

Die gesuchte Lösung $u(s, \varphi)$ ergibt sich dann durch Rücktransformation entsprechend (A2.5), unter Beachtung von (A2.1) und (A2.2):

$$u(s, \varphi) = -\frac{B}{\delta} \cdot \frac{2 \sum_{k=1}^{\infty} k I_k\left(-\frac{\delta}{B}\right) \sin(k\varphi) \exp\left(-k^2 \cdot \frac{B}{2\delta} s\right)}{I_0\left(-\frac{\delta}{B}\right) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_k\left(-\frac{\delta}{B}\right) \cos(k\varphi) \exp\left(-k^2 \cdot \frac{B}{2\delta} s\right)} \quad (\text{A2.14})$$

A3: Weitere Störglieder $u_{(i)k}$ der allgemeinen Lösung nach Kap. 3.5

Weitere Glieder des Störansatzes (3.57) lauten für $i = 2$ und $i = 3$:

$i = 2$:

$$u_{(2)k}(x) = 0 \quad \text{für } 1 \neq k \neq 3$$

$$u_{(2)1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{36B^2} (1+3Bx) \exp(-\frac{9}{2}Bx) - \exp(-\frac{3}{2}Bx), & \text{für } A=2B \\ \frac{\exp(-Ax-\frac{5}{2}Bx)}{(A+4B)(A-2B)} - \frac{\exp(-\frac{3}{2}Ax-\frac{3}{2}Bx)}{2(A+B)(A-2B)} - \frac{\exp(-\frac{A}{2}x-\frac{B}{2}x)}{2(A+B)(A+4B)}; & A \neq 2B \end{cases}$$

$$u_{(2)3}(x) = \begin{cases} \frac{3}{4B^2} \exp(-\frac{11}{2}Bx) - (1-Bx) \exp(-\frac{9}{2}Bx), & \text{für } A=2B \\ \frac{3}{B^2} \exp(-\frac{11}{2}Bx) - (1+\frac{B}{2}x) \exp(-6Bx), & \text{für } A=3B \\ \frac{3}{2B^2} \exp(-\frac{13}{2}Bx) (1-\frac{B}{2}x) - \exp(-\frac{15}{2}Bx), & \text{für } A=4B \\ \frac{3 \exp(-\frac{3}{2}Ax-\frac{3}{2}Bx)}{2(A-2B)(A-3B)} - \frac{3 \exp(-Ax-\frac{5}{2}Bx)}{(A-2B)(A-4B)} + \frac{3 \exp(-\frac{A}{2}x-\frac{9}{2}Bx)}{2(A-3B)(A-4B)}; & \text{sonst} \end{cases}$$

i = 3:

$$u_{(3)k} = 0 \quad \text{für } 2 \neq k \neq 4$$

$$\begin{aligned} u_{(3)2} = & -\frac{4\exp(-2Ax-2Bx)}{3(A+B)(A-2B)(A-3B)} + \frac{4(A+2B)\exp(-\frac{3}{2}Ax-3Bx)}{(A+4B)(A+B)(A-2B)(A-4B)} \\ & - \frac{\exp(-Ax-Bx)}{(A+4B)(A+B)(A-2B)} - \frac{3\exp(-Ax-5Bx)}{(A+6B)(A-3B)(A-4B)} \\ & + \frac{4\exp(-\frac{A}{2}x-2Bx)}{3(A+6B)(A+B)(A-2B)}, \quad \text{für } A \neq 2B, 3B, 4B \end{aligned}$$

Für die Sonderfälle $A = 2B$, $A = 3B$ und $A = 4B$ lassen sich entsprechende Ausdrücke für $u_{(3)2}$ herleiten.

A4: Hochfrequenz-Kleinsignalmeßverfahren

Zur Bestimmung des Dämpfungsmaßes α und des Wellenwiderstands $Z = Z_r + jZ_i$ wird die Schottky-Kontakt-Leitung der Länge z eingeangsseitig mit einem Generator, Innenwiderstand $Z_0 = 50\Omega$, gespeist und ausgangsseitig mit einem Sumpf, $Z_0 = 50\Omega$, abgeschlossen. Die koaxialen Anschlußleitungen besitzen ebenfalls den Wellenwiderstand $Z_0 = 50\Omega$. Die Amplitude $\hat{u}$ des Meßsignals muß klein sein gegen die Vorspannung $(U + U_D) \gg U_D \approx 0,5V$ - gewählt wurde $\hat{u} \approx 0,06U_D = 0,03V$ -, damit die Amplituden der angeregten höheren Harmonischen vernachlässigbar klein bleiben.

Unter der Voraussetzung, daß die Dämpfung des Meßobjekts und der Betrag des Reflexionsfaktors

$$r = \left| \frac{Z - Z_0}{Z_0 + Z} \right| \quad (A4.1)$$

groß sind, kann die Impedanzrückwirkung vom Ausgang auf den Eingang des Meßobjekts vernachlässigt werden. Es gilt dann das in Bild 7.1 skizzierte Leistungsflußdiagramm.

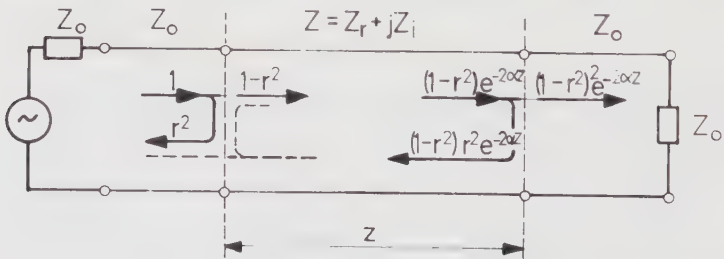


Bild 7.1: Zur Messung des Dämpfungsmaßes α ; Leistungsflußdiagramm für das verwendete Meßverfahren

Nach Bild 7.1 wird das Meßobjekt mit der normierten Leistung 1 angesteuert, ein Anteil r^2 läuft in den Generator zurück, der restliche Anteil $1 - r^2$ durchläuft das Meßobjekt und wird dabei um den Faktor $\exp(-2\alpha z)$ gedämpft. Von dieser Leistung wird am Ende des Meßobjekts ein weiterer Anteil r^2

reflektiert; der Rest wird als transmittierte Leistung $|S_{12}|^2$ ausgangsseitig gemessen:

$$|S_{12}|^2 \approx (1-r^2)^2 \exp(-2\alpha z) \quad (A4.2)$$

Da eingangsseitig auch der in den Generator zurücklaufende Leistungsanteil $|S_{11}|^2$ reflektometrisch gemessen und näherungsweise

$$|S_{11}|^2 \approx r^2 \quad (A4.3)$$

gesetzt wird, läßt sich α aus (A4.2) und (A4.3) bestimmen:

$$-2\alpha z = 20 \log \frac{|S_{12}|^2}{(1-|S_{11}|^2)^2} \quad [\text{dB}] \quad (A4.4)$$

Bei dieser Betrachtung werden Mehrfachreflexionen innerhalb des Meßobjekts vernachlässigt. In r^2 entsteht dadurch ein relativer Fehler von etwa

$$\Delta_1 |S_{11}|^2 = (1-r^2)^2 \exp(-4\alpha z), \quad (A4.5)$$

weil der gestrichelt in Bild 7.1 eingetragene, in den Generator zurücklaufende Leistungsanteil zwar in $|S_{11}|^2$ gemessen, nicht jedoch bei der Auswertung nach (A4.3) berücksichtigt wird.

Bei den Meßobjekten SKL-1 und SKL-2 ($\alpha > 0,2 \text{ dB/mm}$, $z \approx 30 \text{ mm}$, $Z \lesssim 5 \Omega$, vgl. Kap. 5.3) liegt $\Delta_1 |S_{11}|^2$ unter 5% und verursacht in α einen "Auswertefehler" von unter 10%. Der Meßfehler der Reflektometer - bei der Messung der Spannungsamplitude etwa 3% - hat einen relativen Fehler $\Delta_2 |S_{11}|^2 = 6\%$ zur Folge, der sich in α in einem "Meßfehler" von 12% äußert. Der Gesamtfehler von α liegt also bei 20%.

Anhand der durchgeführten Betrachtung kann auch der Realteil Z_r des Wellenwiderstands Z näherungsweise ermittelt werden. Da im betrachteten Frequenzbereich nach Kap. 2.3.3 die Bedingung

$$Z_i \approx 0,3Z_r \ll Z_0 \quad (A4.6)$$

für realisierbare Schottky-Kontakt-Leitungen gilt, läßt sich r^2 nach (A4.1) auch in der Form

$$r^2 = \left| \frac{Z_0 - Z_r - jZ_i}{Z_0 + Z_r + jZ_i} \right|^2 = \left\{ \frac{Z_0 - Z_r}{Z_0 + Z_r} \right\}^2 \pm \Delta r^2 \quad (A4.7)$$

schreiben, mit

$$\Delta r^2 \approx 4 \left[\frac{Z_i}{Z_0} \right]^2 \cdot \frac{Z_r}{Z_0} \quad (A4.8)$$

Aus (A4.3) ergibt sich dann zusammen mit (A4.7) eine Bestimmungsgleichung für Z_r

$$\left\{ \frac{Z_0 - Z_r}{Z_0 + Z_r} \right\}^2 = S_{11}^2 \pm \Delta_1 |S_{11}|^2 \pm \Delta_2 |S_{11}|^2 \pm \Delta r^2, \quad (A4.9)$$

in welcher der Term Δr^2 einen zusätzlichen Fehleranteil darstellt, der aber nach (A4.6) und (A4.8) gegenüber $\Delta_1 |S_{11}|^2 = 5\%$ und $\Delta_2 |S_{11}|^2 = 6\%$ keine Rolle spielt. Bei der Ermittlung von Z_r aus (A4.9) ergibt sich für die Meßobjekte SKL-1 und SKL-2 ein relativer Gesamtfehler bis zu 30%.

Die Wellenlängenverkürzung λ_0/λ auf dem Meßobjekt der Länge z wird aus Phasenvergleichsmessungen gewonnen. Bei der verwendeten Meßmethode, Bild 7.2, wird das Generator-signal geteilt, ein Teil durchläuft das Meßobjekt, der andere Teil eine koaxiale Referenzleitung derselben Länge. Die Phasendifferenz Δ zwischen beiden Signalen (u_{ref} und u_{SKL}) wird dann auf einem Zweistrahl-Sampling-Oszillographen abgelesen. Um Mehrdeutigkeiten in Δ zu vermeiden, wird die Meßfrequenz anfänglich so klein gewählt, daß Δ annähernd null ist; dann wird die Meßfrequenz kontinuierlich gesteigert.

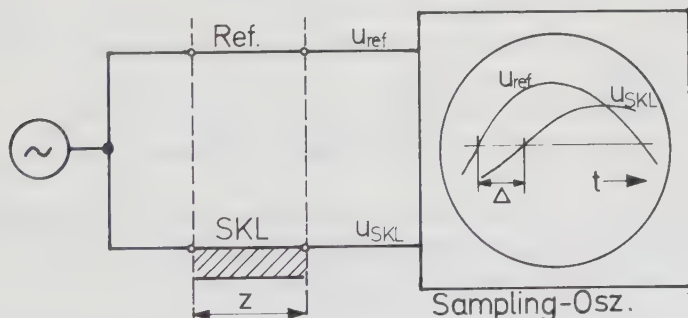


Bild 7.2: Phasenvergleichsmessung zur Bestimmung der Wellenlänge λ ; Ref.: koaxiale Referenzleitung, SKL: Meßobjekt

Unter den oben genannten Voraussetzungen, nach denen Mehrfachreflexionen im Meßobjekt vernachlässigt werden können und Z_i klein gegen Z_r ist, kann die Wellenlänge unmittelbar aus der Phasendifferenz angegeben werden:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\Delta} z \quad (\text{A4.10})$$

Der Fehler in λ wird im wesentlichen durch die Ablesegenauigkeit von Δ bestimmt, er liegt bei den Meßobjekten SKL-1 und SKL-2 für Frequenzen $f > 100\text{MHz}$ unter 10%.

8. Literaturverzeichnis

- [1] TIEN, P.K., SUHL, H.: A travelling-wave ferromagnetic amplifier, Proc. IRE 46 (1958), 700-706.
- [2] TIEN, P.K.: Parametric amplification and frequency mixing in propagating circuits, J. Appl. Phys. 29 (1958), 1347-1357.
- [3] CULLEN, A.L.: A travelling-wave parametric amplifier, Nature 181 (1958), 332.
- [4] JURKUS, A., ROBSON, P.N.: Saturation effects in a travelling wave parametric amplifier, Proc. IEE 107b (1960), 119-126.
- [5] STEINER, K.H., PUNGS, L.: Parametrische Systeme, S. Hirzel Verlag, Stuttgart 1965.
- [6] ROE, G.M., BOYD, M.R.: Parametric energy conversion in distributed systems, Proc. IRE 49 (1959), 1213-1218.
- [7] BELL, C.V., WADE, G.: Iterative travelling-wave parametric amplifiers, Trans. IRE CT-7 (1960), 4-11.
- [8] RILEY, R.B.: Analysis of a nonlinear transmission line, Ph.D.-Thesis, Stanford University, Tech. Rept. No. 1707-1, 1961.
- [9] LANDAUER, R.: Shock waves in nonlinear transmission lines, SIAM J. Appl. Math. 15 (1967), 450-463.
- [10] BROER, L.J.F.: Wave propagation in nonlinear media, Z. Angew. Math. Phys. 16 (1965), 18-26.

- [1] JEFFREY, A., TANIUTI, T.: Nonlinear wave propagation, Academic Press, New York 1964.
- [2] COURANT, R.C., FRIEDRICHS, K.O.: Supersonic flow and shock waves, Interscience, New York 1948.
- [3] MULLICK, S.K.: Propagation of signals in nonlinear transmission line, IBM Journal 11 (1967), 558-562.
- [4] JEFFREY, A.: Wave propagation and electromagnetic shock wave formation in transmission lines, J. Math. and Mech. 15 (1966), 1-13.
- [5] GUTZWILLER, M.C., MIRANKER, W.L.: Nonlinear wave propagation in a transmission line loaded with thin permalloy films, IBM Journal of Research and Development 7 (1963), 278-287.
- [6] AKHMANOV, S.A., DMITRIYEV, V.G., MODENOV, V.P.: A theory of frequency multiplication in nonlinear dispersive lines, Radio Engineering and Electronic Physics 9 (1964), 661-667.
- [7] PRASANNA, B.N.: Wave propagation on lossless nonlinear transmission lines exhibiting dispersion, Ph.D.-Thesis, University of Wisconsin 1965.
- [8] KHOKHLOV, R.V.: Wave propagation in nonlinear lines with dispersion, Radio Engineering and Electronic Physics 6 (1961), 993-1003.
- [9] AULD, B.A., DIDOMENICO, M.jr., PANTELL, R.H.: Traveling wave harmonic generation along nonlinear transmission lines, J. Appl. Phys. 33 (1962), 3537-3545.

- [20] PFANN, W.G., GARRETT, C.G.B.: Semiconductor varactors using surface space-charge layers, Proc. IRE 47 (1959), 2011-2012.
- [21] TODA, M.: Nonlinear effects of surface-charge waves in a n-InSb MOS-structure in a transverse magnetic field, Jap. J. Appl. Phys. 9 (1970), 49-57.
- [22] SPENKE, E.: Elektronische Halbleiter, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1965, 2. Auflage.
- [23] ATALLA, M.M.: Metal-semiconductor Schottky barriers, devices and applications, Mikroelektronik 2, Verlag R. Oldenbourg, München 1967, 123-157.
- [24] SPENKE, E.: Zur Randschichttheorie der Trockengleichrichter, Z. Physik 126 (1949), 67-83.
- [25] HENISCH, H.K.: Rectifying semiconductor contacts, Oxford University Press, London 1955.
- [26] PFLÜGEL, D.: Berechnung von Kapazitäten und Feldern zwischen Leitern mit geschichteten Dielektrika nach der Teilflächenmethode, Z. angew. Phys. 23 (1967), 86-89.
- [27] WHEELER, H.A.: Transmission-line properties of parallel strips separated by a dielectric sheet, Trans. IEEE MTT-13 (1965), 172-185.
- [28] GUCKEL, H., BRENNAN, P.A., PALOCZ, I.: A parallel-plate waveguide approach to microminaturized, planar transmission lines for integrated circuits, Trans. IEEE MTT-15 (1967), 468-476.

- [29] HASEGAWA, H., FURUKAWA, M., YANAI, H.: Properties of microstrip line on Si-SiO₂-system, Trans. IEEE MTT-19 (1971), 869-881.
- [30] UNGER, H.G.: Theorie der Leitungen, Verlag Friedrich Vieweg und Sohn, Braunschweig 1967.
- [31] PUCEL, R.A., MASSE, D.J., HARTWIG, C.P.: Losses in microstrip, Trans. IEEE MTT-16 (1968), 342-350.
- [32] STORK, H.: Streifenleitungen auf Halbleitermaterialien, Diss. TH Aachen 1971.
- [33] COURANT, R., HILBERT, D.: Methoden der Mathematischen Physik II, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1968, 2. Auflage, S. 290 ff.
- [34] BLACKSTOCK, D.T.: Connection between the Fay and Fubini solutions for plane sound waves of finite amplitude, J. Acoust. Soc. Am. 39 (1966), 1019-1026.
- [35] ABRAMOWITZ, M., STEGUN, I.A.: Handbook of mathematical functions, 5. Auflage, Dover Publ. Inc., New York 1969.
- [36] - - - IBM-Application program, System/360 scientific subroutine package Nr. H 20-0205-3,4 Ed.
- [37] BURGERS, J.M.: A mathematical model illustrating the theory of turbulence, Adv. Appl. Mech. 1 (1948), 171-199.

- [38] COLE, J.D.: On a quasi-linear parabolic equation occurring in aerodynamics, Quart. Appl. Math. 9 (1951), 225-234.
- [39] HOPF, E.: The partial differential equation $u_t + uu_x = \mu u_{xx}$, Commun. Pure Appl. Math. 3 (1950), 201-230.
- [40] BLACKSTOCK, D.T.: Thermoviscous attenuation of plane, periodic, finite-amplitude sound waves, J. Acoust. Soc. Am. 36 (1964), 534-542.
- [41] GASTON, J.L.: Analysis of nonlinear transmission line equations, Ph.D.-Thesis, University of California 1968.
- [42] FRANK, P., MISES, R.v.: Die Differential- und Integralgleichungen der Mechanik und Physik, Bd. 2, Vieweg und Sohn, Braunschweig 1961, 2. Auflage.
- [43] YU, A.Y.C., MEAD, C.A.: Characteristics of aluminum - silicon Schottky barrier diode, Solid State Electron. 13 (1970), 97-104.
- [44] LEWICKI, A.: Einführung in die Mikroelektronik, R. Oldenbourg Verlag, München 1966.
- [45] HANSEN, M.: Der Aufbau der Zweistoff-Legierungen, Springer-Verlag, Berlin 1936.
- [46] SZE, S.M.: Physics of semiconductor devices, Wiley-Interscience, New York 1969.

Die vorliegende Arbeit wurde im Institut für Angewandte Physik der Universität Münster angefertigt. Dem Direktor dieses Instituts, Herrn Prof. Dr. W. Hampe, danke ich, daß er die Durchführung dieser Arbeit an seinem Lehrstuhl ermöglichte und mir jederzeit tatkräftige Unterstützung gewährte.

Für klärende Diskussionen und Anregungen bei der Abfassung der Arbeit bin ich Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Brand, Direktor des Instituts für Hochfrequenztechnik der Universität Erlangen-Nürnberg, besonders dankbar.

Meine Mitarbeiter, die Herren Dipl.-Phys. K. Everszumrode, Dipl.-Phys. D. Jäger und Dipl.-Phys. L. Olbrich bearbeiteten alle technologischen Fragen, die bei der Herstellung reproduzierbarer Meßobjekte auftraten. Herr Dipl.-Phys. D. Jäger hat mir darüber hinaus bei der Durchführung der Kleinsignalmessungen und Herr Dipl.-Phys. K.J. Stüken bei der numerischen Berechnung der Amplitudenspektren geholfen. Ihnen allen möchte ich für ihre beständige Hilfe herzlich danken.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für großzügige finanzielle Unterstützung.

Lebenslauf des Verfassers

22. 5. 1943 geboren in Berlin als Sohn des Dr.-Ing.
Willy Rabus und seiner Ehefrau Doris,
geb. Hanschmann
1. 9. 1949 bis Freie Waldorfschule Ulm
31. 12. 1951
1. 1. 1952 bis Freie Waldorfschule Stuttgart-O
23. 3. 1962
23. 3. 1962 Außerordentliche Reifeprüfung für
Schüler der Waldorfschulen
1. 4. 1962 bis Industriepraktikum bei den Firmen SEL
30. 9. 1962 und AEG in Stuttgart
1. 11. 1962 bis Studium der Elektrotechnik an der
31. 10. 1967 Technischen Hochschule Stuttgart
- 1964 Diplomvorprüfung
- 1967 Diplomprüfung
- ab 1. 11. 1967 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Insti-
tut für Angewandte Physik der Universi-
tät Münster (Prof. Dr. rer. nat. W. Hampe)
- ab 1. 10. 1969 Verwalter der Stelle eines Wissenschaft-
lichen Assistenten am Institut für Ange-
wandte Physik der Universität Münster
(Prof. Dr. rer. nat. W. Hampe)
- ab 1. 6. 1971 Wissenschaftlicher Assistent am Institut
für Angewandte Physik der Universität
Münster (Prof. Dr. rer. nat. W. Hampe)

